

## GEOMETRÍA, DIAGRAMAS Y MOVIMIENTO EN LA FÍSICA MATEMÁTICA DE LEIBNIZ

OSCAR M. ESQUISABEL

omesqui@fibertel.com.ar

INEO-CIF

**Resumen:** *En el presente trabajo examinamos los lineamientos generales que permiten comprender la manera en que Leibniz lleva a cabo la transición desde la matemática pura (álgebra y geometría) a la ciencia natural, con el fin de llevar a cabo la matematización de esta última. Con ese fin, en primer lugar sintetizamos la manera en que Leibniz concibe el espacio físico desde el punto de vista de sus conceptos dinámicos, especialmente en relación con el espacio abstracto o matemático. En ese marco, proponemos también algunos lineamientos para diferenciar tiempo físico y tiempo abstracto. En tercer término, abordamos cuestiones de la matemática universal o general y del analysis situs, con el objeto de proponer una disciplina intermedia, la tornatoria o ciencia de las huellas del movimiento, como un nexo que permite la aplicación de las formas geométricas a los diferentes aspectos del movimiento físico. En este sentido, la tornatoria puede concebirse como una versión estática del movimiento. En este sentido, proponemos algunos ejemplos concretos de generación de formas geométricas mediante composiciones de movimiento. Finalmente, en las conclusiones, proyectamos los lineamientos generales para profundizar en este análisis por medio de la teoría del ductus o “transporte”.*

**Palabras claves:** *Filosofía – Leibniz – Matemática pura - Tornatoria*

**Abstract:** *In this paper, we examine the general guidelines that allow us to understand how Leibniz transitioned from pure mathematics (algebra and geometry) to natural science, with the aim of mathematizing the latter. To this end, we first summarize how Leibniz conceived of physical space from the perspective of his dynamic concepts, especially in relation to abstract or mathematical space. Within this framework, we also propose some guidelines for differentiating between physical and abstract time. Third, we address issues of universal or general mathematics and analysis situs, with the objective of proposing an intermediate discipline, the tornatoria, or the science of the traces of movement, as a link that allows the application of geometric forms to different aspects of physical motion. In this sense, the tornatoria can be conceived as static aspect of motion. We*

*then propose some concrete examples for generating geometric forms through compositions of movements. Finally, in the conclusions, we project the general guidelines to delve deeper into this analysis through the theory of ductus or “transport”.*

**Keywords:** *Philosophy – Leibniz – Pure Mathematics - Tornatoria*

## Introducción

Como para cualquier filósofo que se haya preocupado por proporcionar un fundamento teórico a la ciencia matemática de la naturaleza, constituye para Leibniz un problema central la justificación y la ejecución de la transición de la matemática pura al tratamiento matemático de los problemas físicos, especialmente cuando, como en su caso, sus intereses lo condujeron a ocuparse intensivamente de problemas matemáticos y filosófico-naturales, no sólo desde el punto de vista de la fundamentación filosófica sino también en lo que respecta a la formulación de resultados teóricos, tales como la creación del cálculo infinitesimal o su propuesta de introducir una nueva ciencia física, la dinámica. Como ocurre en otros casos, podemos formular el problema de la aplicación de la matemática pura a la ciencia física (que tiene una buena parte empírica) de dos maneras. En primer lugar, podemos plantearnos el problema metafísico acerca del fundamento último del carácter matemático del mundo físico (es decir, del hecho de que nuestros procedimientos matemáticos sean exitosos en algún sentido en el tratamiento de cuestiones físicas); en segundo término, podemos plantear de qué modo se realiza la transición de lo matemático a lo físico y qué es lo que la posibilita, suponiendo que, en principio, dicha aplicación tiene la posibilidad de ser exitosa. Nuestra intención en el presente contexto apunta a abordar sobre todo la segunda cuestión en lo que respecta a la manera en que Leibniz concibe la aplicación de la matemática a la ciencia matemática de la naturaleza. Dejaremos a un lado la cuestión metafísica, ya de por sí compleja, y no intentaremos dar a la segunda una respuesta completa, porque excede con mucho las posibilidades que impone los límites del presente contexto. No obstante, propondremos algunos lineamientos como hilos conductores para tratar de comprender el modo en que Leibniz entiende la matemática como instrumento para el tratamiento de las propiedades fundamentales de los cuerpos, vinculadas con fuerzas y transmisión mecánica de movimientos. Con esta intención, dos cuestiones son centrales, como lo ha sido, incluso hasta hoy en día, para la constitución de una ciencia matemática de la naturaleza: la introducción de la medida como instrumento fundamental para aritmetizar las magnitudes y la posibilidad de aplicar estructuras geométricas (“geometrizar”) a la naturaleza para formular geométricamente modelos explicativos, analizar sus propiedades formales y las correlaciones entre las magnitudes medidas. Ambas cuestiones son centrales también para nuestro autor. Por esa razón, nuestra intención es seguir los hilos conductores generales que, de esta problemática, se encuentran en la obra de Leibniz y que emergen en tres programas disciplinares específicos: la *matemática general*, como ciencia de la cantidad y de la medida, el *analysis situs* como ciencia de las propiedades geométricas “no métricas” y la *tornatoria* como una disciplina intermedia entre la geometría y la física, que puede concebirse como una ciencia de los vestigios o las trazas, es decir, como una ciencia de los “resultados” de un móvil en el espacio. Evitaremos las cuestiones específicas de carácter técnico y nos limitaremos a proporcionar los objetivos y el sentido de estas tres disciplinas.

El plan de nuestra exposición, por tanto, puede ordenarse de la siguiente manera: primeramente proporcionaremos una síntesis de los fundamentos metafísicos de la dinámica leibniziana con el fin de poder comprender su concepto de espacio y tiempo físicos, es decir, el espacio y el tiempo “real” del mundo fáctico. De esta manera, trataremos de introducir una distinción entre espacio concreto y espacio abstracto, siendo este último el ámbito en el que se mueve la geometría pura. En este sentido, esperamos que se nos conceda introducir una serie de consideraciones sin una detallada justificación y discusión, que excedería completamente los límites del presente trabajo. Sea como fuere, se trata de aclaraciones importantes para el sentido general de nuestra exposición. En segundo lugar, abordamos de manera general los objetivos de la matemática general y del *analysis situs* (también conocido como característica geométrica, aunque no son exactamente lo mismo): la primera se presenta como una ciencia de la cantidad y de la medida, mientras que la segunda aborda las propiedades cualitativas (no métricas) del espacio y las estructuras geométricas, tales como la semejanza, la congruencia, la homogeneidad, la coincidencia, la inclusión y la continuidad.

Aunque en el presente trabajo sólo lo dejaremos planteado, una de las cuestiones más importantes de la introducción de formas geométricas en la física es la posibilidad de modelar geoméricamente los procesos continuos, porque dicha condición constituye la clave para la aplicación del cálculo infinitesimal. Precisamente, es en el *analysis situs* donde encontramos el tratamiento de esa posibilidad, a través de la consideración del movimiento como generador de formas geométricas. Por esa razón, abordamos en tercer lugar el análisis de la ciencia de los vestigios, la tornatoria, que, a nuestro modo de ver, constituye el nexo o la transición entre el *analysis situs* (o “geometría” en general) y la ciencia de la naturaleza, entendida fundamentalmente como dinámica. Hacia el final, sintetizamos los lineamientos fundamentales de nuestra propuesta y esbozamos las ideas principales que conducen a la aplicación del cálculo infinitesimal a la física.

## Espacio físico real y las fuerzas

Para poder abordar el tema central del trabajo, primeramente debemos introducir algunas consideraciones generales acerca de la concepción leibniziana del espacio y los cuerpos, particularmente tal como resultan de la dinámica leibniziana. En primer lugar, es preciso distinguir entre el espacio real (o espacio físico) y el espacio matemático, ideal o abstracto.<sup>1</sup>

---

<sup>1</sup> Las tesis sintetizadas en esta sección se encuentran dispersas en un gran número de textos que incluyen obras publicadas, cartas y breves ensayos, en ocasiones fragmentarios. No obstante, hay dos escritos leibnizianos que las exponen de manera bastante completa. Uno de ellas, producto de la controversia con Sturm, fue publicado por Leibniz con el título *De ipsa natura sive de vi inista actionibusque creaturarum, pro dynamicis suis confirmandis illustrandisque* (Acta Eruditorum, septiembre 1698), GP 4, 504-516, Olaso, 484-500. El segundo, es un texto publicado por Gerhardt por primera vez, sin título, y que ahora podemos encontrar en la edición previa de la Academia con el título *Principia mechanismi ex altiore fonte* (GP 4, 393-400; GM 6, 98-106; AA VI 5 (VE); Olaso, 435-443, con el título *Examen de la física de Descartes*). También en el *Specimen dynamicum pro admirandis naturae legibus circa corporum vires et mutuas actiones detegendis et ad suas causas revocandis pars I* (1695, GM 6, 234-246) se pueden encontrar algunas de las tesis expuestas. Entre las obras clásicas

El espacio físico es *idéntico* al pleno o “lleno”; en otras palabras, es el mundo de los cuerpos, que constituyen un pleno con diferentes grados de densidad o agregación. Así, el hecho de que digamos que el espacio físico es el espacio que “ocupan” los cuerpos es simplemente un modo de hablar. Si se quiere, se puede decir que el espacio físico en cuanto tal es el “orden” relacional actual simultáneo e instantáneo de las diversas partes de ese *plenum*, que está regido, en último término, por leyes mecánicas deterministas.

El espacio físico, en cuanto *idéntico* al pleno es extenso y tridimensional, sus partes, los cuerpos, son móviles. Un dato que no podemos desarrollar aquí, por su complejidad, aunque está plenamente presente en las consideraciones leibnizianas, es el hecho de que las situaciones o lugares de ese espacio son clases de equivalencia de las posiciones de los cuerpos dentro de ese espacio (cosa que implica ya una cierta idealización, es decir, una operación intelectual). Asimismo, la extensión (lo que podríamos designar como su “dimensionalidad” y que Leibniz caracteriza como “dilatación” o “difusión”) del espacio extenso resulta del agregado de los cuerpos extensos al infinito, tanto hacia lo más pequeño como hacia lo más grande. Por supuesto, la extensionalidad implica la tridimensionalidad. La propiedad de la extensionalidad concreta de los cuerpos físicos (en cierto modo una “materia segunda”) es, para decirlo de alguna manera, superveniente a la fuerza pasiva primitiva, que Leibniz denomina también “materia prima”, la cual constituye una de las condiciones esenciales de los cuerpos. La segunda condición ontológica del cuerpo es la fuerza activa primitiva, que Leibniz identifica casi desde el comienzo de su etapa madura (es decir, la década de 1680) con la forma sustancial y también con la entelequia aristotélica. Esta potencia activa primitiva es la fuente de la actividad del cuerpo y de su capacidad causal-mecánica; se manifiesta en el conato físico como una tendencia instantánea al movimiento, fundando así la “realidad” de este último, que por sí mismo sería sólo un fenómeno. En principio, si el conato fuera una magnitud, no sería extensiva, sino intensiva. El tema es lo suficientemente complejo como para no abordarlo aquí.

En todo caso, lo que nos interesa es retomar algunos rasgos de la fuerza pasiva, la materia prima, en la que se funda la extensionalidad. De este modo, la fuerza pasiva primitiva constituye la condición de la resistencia (inercia) y *antitypia* (impenetrabilidad) de los cuerpos físicos. De esta manera, la fuerza primitiva pasiva y lo que de ella resulta, la “masa” (en nuestro sentido o “mole”, de acuerdo con la terminología leibniziana), es, en el fondo, una intensidad, siendo extensa sólo de un modo secundario.

Un rasgo fundamental de esta manera de entender la potencia pasiva primitiva consiste en que es la misma para todos los cuerpos y es homogénea tanto en el todo como en las partes de todo cuerpo. En otras palabras, de manera esencial, todos los cuerpos tienen

---

que abordan estas cuestiones, valiosas por sus ideas aunque hoy en día desactualizadas, citamos tres: Russell. 1900, Cassirer. 1902 y Gueroult. 1967. De la enorme masa de bibliografía actual sobre las cuestiones que expone la sección, destacamos las siguientes: Adams. 1994, Phemister 2005, Garber. 2009 y Arthur. 2018 y 2021.

el mismo grado de impenetrabilidad y de inercia, mientras que no ocurre lo mismo con la fuerza primitiva activa, que es la condición de la distinción de los cuerpos entre sí. Las diferencias de impenetrabilidad y de inercia (“masa inercial”) entre los cuerpos resulta de su estructura fáctica, que puede ser más o menos compacta o porosa (a la manera de una esponja). Lo que denominamos espacio físico o “lo extenso tridimensional pleno” se encuentra estrechamente vinculado con este aspecto “pasivo” de los cuerpos, aunque no podemos disociarlo de su otro componente, la fuerza primitiva activa.

También propone Leibniz en ocasiones otra forma de entender el espacio físico, como resultante de la “inmensidad divina”.<sup>2</sup> En principio, parecen ser dos visiones diferentes del espacio físico, por lo cual queda como tarea comprobar si son compatibles o no. En cualquier caso, de acuerdo con esta visión del cuerpo físico que hemos dado en el marco de las consideraciones dinámicas de Leibniz, la fuerza primitiva pasiva “reifica” o “realiza” lo extenso.

No podemos abordar en este contexto la muy difícil cuestión de explicar de qué modo se engrana esta concepción dinámica de la sustancia corpórea (como el mismo Leibniz la considera) con la teoría monadológica. Este problema constituye una verdadera *crux interpretis*, dado que Leibniz parece reconocer, en ocasiones, que las condiciones del cuerpo físico son también las condiciones de la mónada.

### **El espacio geométrico propiamente dicho. Tiempo físico y tiempo abstracto.**

En el espacio físico o “lo extenso tridimensional pleno” concreto, no hay homogeneidad, todas sus partes son cualitativamente heterogéneas, porque son *completas*, es decir, es el resultado de la acción de las fuerzas activas y pasivas de los cuerpos físicos. La homogeneidad es producto de una operación intelectual, en la que interviene también la imaginación. Por su parte, el espacio geométrico, ideal o abstracto, es el resultado de separar el orden relacional de los cuerpos (“la materia segunda”) de los cuerpos, haciendo abstracción de los mismos y de sus relaciones cinemáticas y dinámicas. Tenemos así el espacio “vacío”, puramente geométrico. Es un extenso (o una “extensión”) ideal, continuo, tridimensional e infinito (o “indefinido”), homogéneo y dotado de magnitud. En parte es un objeto de la imaginación, porque tenemos que representárnoslo (o dárnoslo diagramáticamente) como una magnitud extensa y en parte es un objeto intelectual, porque sus propiedades son de carácter conceptual, es decir, posee cualidades. Es en este espacio donde trabaja la geometría pura y en el que se plasman las formas geométricas. Esta clase de espacio aparece en diversos escritos. Por ejemplo, en *Característica geométrica*, de 1679:

“...hemos de saber que la primera consideración es el espacio mismo, esto es, lo extenso puro absoluto. *Puro*, digo, de materia y cambio, *absoluto*, esto es, ilimitado y

2 Por ejemplo, *De tempore locoque, duratione ac spatio* (1689-1690), AA VI 4, 1640.

conteniendo toda extensión. Por consiguiente, los puntos se encuentran en el mismo espacio y pueden relacionarse entre sí. Ahora bien, no nos ocuparemos aquí acerca de si este espacio es una cosa distinta de la materia o si solo es una manifestación permanente, es decir, un fenómeno”<sup>3</sup>

El espacio abstracto, ideal, matemático o geométrico posee características estructurales puramente geométricas (*cualidades, formas*, de las cuales trata la característica geométrica y el *analysis situs*) y métricas (la magnitud, la cantidad, la medida, que se abordan mediante la aritmética, el álgebra y el análisis infinitesimal). Estas propiedades son las que proporcionan la posibilidad del tratamiento de las propiedades cualitativas y métricas en la geometría, pero también el abordaje matemático de la realidad física. Sin embargo, es necesario justificar la transición del plano matemático puro, en el que nos movemos con cierta libertad, al plano de lo material y sus comportamientos. En efecto, en la física, mediante las formas matemáticas, especialmente las geométricas, no abordamos solamente las propiedades *extensivas*, espaciales o geométricas de lo material, sino también las propiedades intensivas, como las fuerzas, las velocidades instantáneas, las densidades, etc., que no poseen *partes extra parte*, como es el caso de la dinámica leibniziana.<sup>4</sup>

De manera complementaria, introducimos algunas consideraciones vinculadas con el estatus del tiempo en las que tratamos de diferenciar, como en el caso del espacio, el tiempo físico del tiempo abstracto. En efecto, el tiempo real *físico* o concreto es la coordinación de las sucesiones de estados concretos (básicamente, traslaciones) de los cuerpos del mundo. Es el orden de las sucesiones de estados reales. El tiempo real supone la duración de algo (la identidad de la fuerza primitiva en la acción) y la variación intensiva de los estados de lo que dura, es decir, el conato como manifestación intensiva de la fuerza primitiva. De este modo, la “realidad” del movimiento local o de traslación superviene al conato físico, que es, como decíamos, “instantáneo” (si aplicamos una categoría temporal). Las fuerzas físicas de los cuerpos (la *vis viva: mv^2*) son fuerzas derivativas o “secundarias”, productos de la acción intensiva del conato y, por tanto, de la fuerza primitiva. En otras palabras, el conato físico reifica o realiza el movimiento. Finalmente, de este modo, las fuerzas derivativas son “intensidades variables” de la fuerza primitiva.

El tiempo físico es heterogéneo al menos en su contenido (por la diversidad cualitativa de estados físicos), mientras que el tiempo ideal o abstracto es el orden de sucesión de estados posibles. Mientras que el orden de “sucesión” físico se funda en una anterioridad y posterioridad por naturaleza, que se conecta con el concepto de estado como desarrollo de la fuerza a través de una variación de estados intensivos, en el tiempo “abstracto” se hace

3 GM 7, 144 [1679].

4 Sobre la característica geométrica y *analysis situs*, ver Leibniz. 1995 y De Risi. 2007. Sin embargo, para una versión rigurosa de ambos, aunque sintética, véase *Initia rerum mathematicarum metaphysica* (ca. 1715, GM 7, 17-29; Olaso, 581-596).

abstracción de la variación de estados en cuanto tales y sólo se retiene el orden de sucesión, que al fin y al cabo es fenoménico. De este modo, resulta el tiempo abstracto, que es continuo, unidimensional, homogéneo y puntual. La manera natural de representárnoslo es la recta, que constituye su simbolización analógica, porque en la recta los momentos sucesivos (los “puntos”) coexisten, mientras que los instantes temporales, desprovistos de toda duración, constituyen sólo un presente puntual y no pueden coexistir (el pasado ya no es, el futuro todavía no es).<sup>5</sup>

### **La matemática general: una ciencia de la cantidad; el *analysis situs*, una ciencia de la situación y de la continuidad.**

Dado este marco que surge de la dinámica lebinziana, pasamos ahora a la cuestión central, que aborda la transición de la matemática (geometría, álgebra y aritmética) a la ciencia natural. De esta forma, sostenemos que para dicha transición se requieren dos condiciones: una teoría de la medida, que nos permita cuantificar y medir las magnitudes físicas, y un procedimiento que garantice la continuidad de las transiciones de las magnitudes físicas (y también la posibilidad de aplicar las formas geométricas). La primera condición se cumple combinando los recursos de la matemática general con propiedades generales de la *characteristica geometrica* o el *analysis situs* tales como la coincidencia, la semejanza, la congruencia, la homogeneidad, la igualdad y la relación entre todo y parte. De esta forma, podemos introducir el concepto de medida aplicando el concepto de número como agregado de unidades a lo extenso homogéneo, en virtud del concepto de congruencia: la medida, en principio, es el número de las partes congruentes con la unidad. Cuando hay casos de inconmensurabilidad, se emplean los recursos de la matemática infinita, en particular, los de las series infinitas. Así, se recurre a la matemática general, como ciencia general de la cantidad y la medida. En *Sobre la magnitud y la medida (De magnitudine et mensura)*, un texto vinculado a los proyectos de matemática general, Leibniz sostiene precisamente esta idea:

“Ahora bien, hablando en general, toda estimación viene a ser una repetición de una cierta medida, expresada en números, o el número que hay que asignar a la cosa, suponiendo que se la asigna la unidad a otra cosa dada. Y de esta manera, incluso se reducen a números no sólo las extensiones o difusiones, sino también las intensiones o grados de las cualidades y acciones, también los derechos, los valores, las verosimilitudes, las perfecciones y otras cosas inextensas, a saber, una vez que encontramos una medida

---

<sup>5</sup> Esta visión del espacio y del tiempo que proponemos aquí puede reconstruirse a partir de una pluralidad de escritos dispersos. Sin embargo, podemos encontrar una apretada síntesis de estas ideas, aunque formuladas de manera algo críptica, en *Initia rerum mathematicarum metaphysica* (ca. 1715, GM 7, 17-29; Olaso, 581-596). Para una discusión profunda de estas cuestiones, no necesariamente coincidente con las tesis que presentamos en el presente trabajo, véase Arthur. 2021.

con la cual (o con sus partes alícuotas) sean congruentes las [partes] que se encuentran en la cosa que hay que medir, pero con cuya repetición o la de sus partes alícuotas se forme la magnitud que se debe estimar. Cuán importante sea esta consideración y en qué medida consiste en ella la fuerza de la verdadera matemática universal o arte de estimar en general ha sido mostrado en nuestros ejemplos de Dinámica”.<sup>6</sup>

Del mismo modo, en la *Parte primera de Matemática universal (Matheseos universalis pars prior*, GM 7, 53) encontramos, como en otros textos de matemática general o universal, la siguiente caracterización de esta ciencia como la disciplina matemática de la cantidad en general, finita e infinita, dentro de cuyo alcance se encuentra la teoría de la medida:

“(1) La *matemática universal* es la ciencia de la cantidad en general, es decir, de la manera de estimar y, en consecuencia, de designar los límites dentro de los cuales algo cae... [La matemática universal] tiene dos partes: la ciencia de lo finito (que recibe el nombre de Álgebra y se expone primero) y la ciencia de lo infinito, donde se determina lo finito mediante la intervención de lo infinito.

(2) Ahora bien, puesto que toda cantidad puede determinarse mediante el número de las partes congruentes entre sí, o sea, por la repetición de la medida, por ello acontece que la matemática universal es, al mismo tiempo, la ciencia de la repetición de la medida, es decir, del número, por lo cual se le da también el nombre general de cálculo.”<sup>7</sup>

En el *Ejemplo de dinámica (Specimen dynamicum)*, Leibniz dice, a propósito:

“...y advertí que el verdadero arte de estimar, el cual todavía no ha sido tratado hasta ahora (aun después de haber sido escritos tantos Elementos de Matemática universal) consiste finalmente en lo siguiente: que finalmente se llegue a algo homogéneo, es decir, a una exacta y completa reduplicación no sólo de los modos, sino también de las cosas.”<sup>8</sup>

En un texto sobre *analysis situs*<sup>9</sup>, Leibniz aborda claramente la complementación entre la teoría de la medida, es decir, la matemática general, y el *analysis situs*, es decir, una geometría que hace abstracción del concepto de medida y aborda sólo las propiedades cualitativas de

6 GM 7, 38 (post. 1695). Para la teoría de la medida en Leibniz véase el trabajo de Elawani y Costantini 2023.

7 GM 7, 53 (ca. 1695)

8 GM 6, 244. Para el problema de la matemática general como ciencia de la cantidad y la medida son fundamentales los trabajos de D. Rabouin especialmente Rabouin. 2016, así como la edición y traducción de los textos leibnizianos sobre matemática general, Leibniz. 2018.

9 GM 5, 172 ss (1698).

la situación. Nos brinda así un testimonio claro de que la geometría tiene o posee una cierta independencia respecto del álgebra (o “análisis” como se lo denominaba en esa época):

“Hay que saber que son diferentes las consideraciones de la magnitud y la situación. La magnitud se da incluso en aquellas cosas que no tienen situación, como el número, la proporción, el tiempo, la velocidad y, en general, dondequiera que existan partes cuya estimación puede obtenerse mediante el número o la repetición. Por consiguiente, la doctrina de la magnitud y de los números es la misma. Así, el álgebra en cuanto tal o, si se quiere, la logística, que trata de la magnitud en general, realmente trata del número cierto o incierto o al menos innominado. Pero la situación añade a la magnitud o multitud de las partes una cierta forma, como ocurre en los números figurados. De allí que sea manifiesto que el álgebra contenga el análisis correspondiente en sentido propio y por sí mismo a la Aritmética, aunque se la transfiera a la geometría y a la situación, en la medida en que se tratan las magnitudes de las líneas y las figuras. Pero entonces es necesario que el álgebra suponga muchas cosas propias de la geometría y la situación, que, ellas mismas, deben resolverse. Por consiguiente, nuestro análisis hace efectiva esa resolución asumiendo o suponiendo no tanto la magnitud como dicha magnitud adaptada por sí misma a la situación. Ahora bien, para explicar la cuestión de la situación emplearemos solamente la congruencia, poniendo aparte la semejanza y el movimiento”.<sup>10</sup>

En conclusión, se requieren, entonces, los recursos de la matemática general como ciencia universal de la cantidad y de la medida, es decir, del número, del todo y la parte y de la homogeneidad de las partes. Mediante la elección de una unidad de medida, la relación de congruencia y la de repetición, podemos introducir el número en la geometría, es decir, podemos medir. Sin embargo, todavía nos hace falta la transición al tratamiento matemático del movimiento y, además, al hecho de que tenemos que hacer frente al tratamiento de magnitudes intensivas, dotadas de grados. El problema de estas magnitudes es que, en primer lugar, el grado se da de manera instantánea o momentánea y, además, en él no pueden distinguirse partes. En definitiva, para las magnitudes intensivas, donde no podemos separar el todo en partes, parece impracticable aplicar esta noción de medida, si queremos medirlas de manera directa.

### **La “ciencia de las huellas” (*tornatoria*): posibilidad y continuidad**

La aplicación de la geometría a la física implica, en principio, la continuidad. Las formas espaciales pueden ser tratadas como conjuntos de posiciones o situaciones, de una manera estática. De allí que se les apliquen propiedades estructurales (semejanza, congruencia, igualdad, coincidencia, inclusión). Pero las situaciones o posiciones no justifican, por sí

---

<sup>10</sup> GM 5, 172.

mismas, la continuidad. Por esa razón, la continuidad puede fundamentarse o justificarse por la génesis de las formas a partir del movimiento de un móvil ideal, un punto, por ejemplo, de carácter más bien abstracto. Así, las formas geométricas pueden concebirse como huellas o vestigios producidos por un móvil en un espacio abstracto. Tenemos así una aplicación del principio de continuidad a la geometría (la continuidad está “garantizada” por el movimiento que genera una huella o “vestigio”). Por otra parte, dicha continuidad hace posible la matemática infinitesimal, además de posibilitar la transición de la geometría (y su tratamiento “algebraico”) al movimiento real o físico, al menos en lo que tiene de cinemático (o, como en ocasiones sostiene Leibniz “foronómico”), es decir, haciendo abstracción de la intervención de fuerzas.

De esta manera, sostenemos la necesidad de introducir movimientos generadores de formas geométricas como la razón por la que Leibniz introduce una disciplina intermedia entre la geometría y la ciencia natural matemática (cinemática y dinámica), que recibe el nombre de ciencia de los vestigios o “tornatoria”.

En efecto, Leibniz necesita un nexo que facilite el pasaje de las formas geométricas puras a la aplicación de la geometría al movimiento como cambio de lugar sometido a fuerzas, es decir, la dinámica. Justamente, ese nexo lo procura el tratamiento de las formas geométricas en términos de vestigios o huellas que deja un móvil de naturaleza “abstracta”, que puede ser un punto, una línea, una superficie, un cuerpo. Esta línea de pensamiento se encuentra en varios escritos de Leibniz. Con este fin, Leibniz introduce una “teoría de los vestigios o trazas”, que ocupa una posición intermedia entre la geometría propiamente dicha y la cinemática, bautizándola con el nombre de “tornatoria”, denominación que proviene del arte del torneado. En sus manos, se convierte en una teoría de las huellas o trazas del movimiento, es decir, de las trayectorias (no recorridos) de un móvil en el espacio. En principio, se trata de un movimiento “abstracto”, ya que postula un desplazamiento en un espacio tridimensional vacío o “pasivo”, es decir, ideal; asimismo, el móvil en cuanto tal se concibe de manera abstracta, porque se lo despoja de la masa (o “mole”) y, por supuesto, de toda fuerza. Se lo reduce así, en su mínima expresión, a un punto inextenso móvil, cuya trayectoria genera una traza, siendo su forma elemental la línea unidimensional o segmento de recta.

La *tornatoria*, como teoría de los vestigios, aparece en diversos textos leibnizianos de distintas épocas. Por ejemplo, todavía sin tener la importancia que parece asignarle luego, hace su aparición en proyecto de una enciclopedia (1679), como parte de la geometría

“La octava es la geometría o ciencia de la posición o las figuras. Ella se dividirá por utilidad en las siguientes partes: [geometría] elemental plana, [geometría] elemental sólida, [geometría de las] cónicas, [geometría] orgánica y [geometría] transformadora. Aquí ha de saberse que incluso la geometría elemental no se ha desarrollado hasta el momento como ha de desearse. A ella hay que remitir la geodesia, parte de

la arquitectura civil y militar, como también el arte de los torneros [*tornatoria*] y el arte de los tejidos, todo ello en la medida en que hacen abstracción de la materia. La óptica también es puramente geométrica si sólo se consideran unos pocos fenómenos de la naturaleza”.<sup>11</sup>

En este pasaje, la *tornatoria* aparece como un arte más bien subordinado. No obstante, en los proyectos de física de 1678, la relación entre geometría y movimiento ocupa un papel central. Por ejemplo, en *Sinópsis de un opúsculo sobre los elementos de física* (*Conspectus libellus elementorum physicae* 1678/79),<sup>12</sup> aparece la *tornatoria* en un lugar importante, a saber, cuando se trata del cuerpo en cuanto algo extenso, o sea, dotado de propiedades geométricas, las cuales se reducen en lo fundamental a dos: la magnitud y la posición. Mientras que la magnitud se aborda mediante la aritmética y el álgebra (como ya vimos), la posición se aborda de manera relativamente autónoma, de acuerdo con el programa de la característica geométrica, que en ese momento ya estaba en marcha. Podemos reconstruir así la siguiente secuencia: como algo extenso, el cuerpo está dotado de figura, que consiste en la situación (*situs*) de las partes del cuerpo entre sí. Se aplican en este caso las propiedades fundamentales de la semejanza, la homogeneidad, la igualdad y la congruencia, propiedades típicas que encabezan los estudios de característica geométrica.

En otras palabras, el tratamiento de la figura o de la forma geométrica supone el espacio mismo, según Leibniz, el espacio y el punto, que requieren de un tratamiento previo. Para la caracterización de las entidades geométricas, Leibniz supone un espacio tridimensional, en el cual se intersectan esferas, generando así el plano, la recta y el punto. De esta forma, el lugar del punto se define como la distancia a partir de tres puntos. Se trata de una consideración estática de las figuras, porque, como dice, “no se aplica movimiento alguno”. Estas consideraciones tienen, como trasfondo, sus estudios preliminares para la característica geométrica. Sin embargo, introduce a continuación la consideración del movimiento, es decir, el modo de generación de las entidades geométricas. Es decir, a la consideración estructural de las propiedades de las figuras y del espacio se le debe añadir el modo de consideración genético de las formas, mediante la introducción del movimiento, modo de consideración que corresponde a la ciencia *tornatoria* o “de las huellas del movimiento”:

“Sigue ahora el movimiento o cambio de situación, donde se [abordará] el modo de efectuar el círculo y la recta. Aquí se habrá de explicar la ciencia *tornatoria*, es decir, acerca de las huellas de los movimientos. Sobre el modo de exhibir la recta, el plano,

---

11 AA VI 4, 346.

12 AA VI 4, 1986-1991.

la esfera, el cono, las secciones cónicas y su trazado en el plano, sobre las figuras más compuestas aun, sobre las diversas composiciones de los movimientos”.<sup>13</sup>

La tornatoria no es, claramente, una cinemática (no trata del movimiento mismo), sino de los vestigios o huellas que dejan los móviles. ¿Por qué admitir una ciencia de esta clase, acaso no basta con la ciencia de las posiciones, un *analysis situs* o característica geométrica? La respuesta es que el movimiento es una prueba de la posibilidad de las formas generadas, por lo que resulta de él una regla de construcción que constituye una definición genética o causal. Si se supone la continuidad del movimiento, se garantiza también la continuidad de lo generado. Que esta conexión no es fortuita lo muestra un escrito previo, *Sinopsis de un tratado sobre el movimiento* (*De motu tractationis conspectus*, febrero de 1678), donde Leibniz proyecta un abordaje similar, en el que las formas o figuras geométricas se conciben como huellas del movimiento.<sup>14</sup> Más adelante en el tiempo, la ciencia de las huellas o vestigios reaparece en *Plus ultra* como una parte de la *forografía* o ciencia de las huellas del movimiento,<sup>15</sup> que constituye la antesala de la dinámica. Finalmente, en *División de la filosofía* (*Division de la philosophie*),<sup>16</sup> la tornatoria reaparece en su función de intermediaria entre la geometría y la dinámica, al tiempo que forma parte de la geometría.

En efecto, *División de la filosofía* contiene un esquema relativamente tardío de la organización de las ciencias y constituye, muy probablemente, un esbozo general de la enciclopedia o quizás de la ciencia general. En dicho esquema jerárquico de las ciencias, Leibniz introduce la ciencia de lo continuo como parte de la matemática, que es la ciencia de la magnitud. A su vez, ya dentro de la matemática, lo continuo se aborda desde dos perspectivas: de acuerdo con la relación del todo con las partes, que corresponde a la ciencia de lo finito, y de acuerdo con el principio de transición o ley de continuidad, de lo cual resulta la ciencia de lo infinito. Leibniz parece identificar la ciencia del todo y la parte con la geometría, mientras que la ciencia de la transición continua parece corresponder a la foronomía, que se ocupa de las trazas o vestigios y del cambio. A su vez, la geometría posee un doble enfoque, basado o bien en la semejanza o bien en la congruencia. Por su parte, la foronomía se divide, como ciencia de las trazas, en tornatoria, donde se tienen en cuenta los resultados de los movimientos, sin el tiempo, y en una disciplina, sin nombre, en la que se tiene en cuenta el tiempo, por su contenido, parece próxima a la cinemática actual. A continuación, viene la dinámica como una teoría de las fuerzas.<sup>17</sup> Aunque la división no es muy explícita, se puede conjeturar que la tornatoria (entendida como una

<sup>13</sup> AA VI 4, 1987-1988.

<sup>14</sup> Gerland, 114-115.

<sup>15</sup> AA VI 4, 676.

<sup>16</sup> C, 524-529.

<sup>17</sup> C, 526.

ciencia de las trayectorias sin tiempo) ocupa un lugar intermedio entre la Geometría y la Dinámica, como si se tratara de un nexo o una transición entre la continuidad de las formas geométricas y la continuidad del movimiento físico.

Sea como fuere, la introducción del movimiento como generador de formas se vincula con el tipo de prueba genética o causal relativa a la posibilidad de la entidad que se está introduciendo. Así lo propone una consideración sobre la generación de figuras geométricas mediante el movimiento en *Sobre el órganon o gran arte de pensar (De órgano sive arte magna cogitandi)*, un texto datado hacia inicios del año 1679 (aunque podría ser posterior). En los párrafos finales, Leibniz propone la exigencia de la prueba de posibilidad de las nociones, que anticipan ideas de la década de 1680. Respecto de la posibilidad de los objetos geométricos fundamentales, Leibniz se refiere al hecho de que Euclides sólo postuló la recta y el círculo, pero no probó su posibilidad, es decir, su consistencia. Por el contrario, Leibniz sostiene que la prueba de posibilidad de dichos objetos puede obtenerse a partir del movimiento en línea recta y del movimiento circular. De esta forma, los objetos geométricos resultan ser huellas o vestigios de movimientos continuos en el espacio. En primer lugar se “construye” la recta mediante un movimiento simple rectilíneo y, posteriormente, se puede obtener el círculo a partir del movimiento de un segmento de recta fijo en uno de sus extremos. Luego, a partir de la combinación de estos dos movimientos, se generan como vestigios objetos más complejos, como la hipérbola, la parábola, la espiral, la conoide, etc.

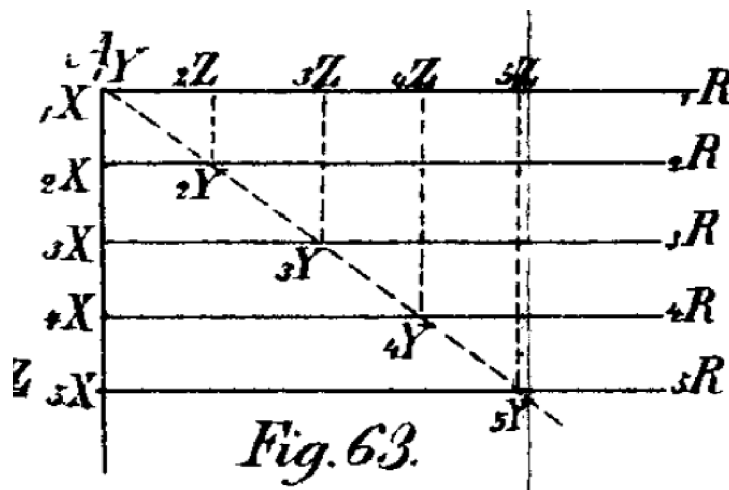
“Así, en toda la geometría, todas las líneas de los movimientos se reducen a solo dos movimientos, uno en línea recta y el otro en línea circular. Ciertamente, una vez supuestos estos dos, puede demostrarse que todas las otras líneas, por ejemplo, la parábola, la hipérbola, la conoide y la espiral, son posibles. Sin embargo, Euclides no enseñó a trazar una recta o a describir un círculo, sino que consideró suficiente postularlos. Y sin embargo, suponiendo el espacio, el cuerpo, la línea recta y el movimiento continuo, puede demostrarse también la posibilidad del círculo. Más aún, puede demostrarse la línea recta suponiendo no sólo el espacio, sino también el cuerpo y el movimiento continuo”.<sup>18</sup>

Esta aseveración podría considerarse circunstancial y propia de los primeros años de desarrollo de la característica geométrica. Podría decirse que en el desarrollo posterior prevaleció el enfoque meramente estático o “estructural”, fundado en propiedades como la semejanza, la congruencia y la coincidencia. No obstante, independientemente de que en los ensayos que conocemos de *analysis situs* puede mostrarse la importancia del enfoque “cinemático” (la recta es caracterizada como la vía, camino o trayecto más corto), en un escrito tardío de

---

18 AA VI 4, 158.

análisis de la situación, el *Ejemplo de geometría Lucífera* (*Specimen geometriae lucipherae*),<sup>19</sup> Leibniz retoma la generación de objetos geométricos en el espacio mediante combinación de movimientos, en el espíritu del texto de *Sobre el órgano o gran arte de pensar*. En efecto, entre otras aplicaciones de la composición de movimientos, Leibniz muestra de qué manera se pueden generar formas geométricas mediante composiciones de movimientos, uniformes y acelerados.<sup>20</sup> Tomemos el siguiente diagrama:<sup>21</sup>



Leibniz supone que la recta  $RX$  es una regla que se desplaza (idealmente) sobre la recta  $Y$  en el plano, conservando siempre el mismo ángulo. La regla  $RX$  está dotada de un movimiento de arriba hacia abajo (sobre el eje de las abscisas  $X$ ), mientras que en la misma regla se mueve un punto  $Y$  de izquierda a derecha (paralelo al eje de las ordenadas). De esta forma, ambos movimientos combinados generan la recta  $Y$ , cuyas ordenadas (sobre el eje  $AR$ ) son  $A_2Z$ ,  $A_3Z$ ,  $A_4Z$ ,  $A_5Z$  y sus abscisas  $A_1X$ ,  $A_2X$ ,  $A_3X$ ,  $A_4X$ ,  $A_5X$ . La naturaleza de la línea  $AY$  está dada por las relaciones de proporcionalidad entre las abscisas y las ordenadas. Si las abscisas están en una relación de proporcionalidad simple, la línea resultante es una recta. En cambio, si las ordenadas son como los cuadrados de las abscisas, resulta una parábola cuadrática, etc. Si las ordenadas son las recíprocas de las abscisas, resulta una hipérbola con los ejes  $X$  y  $Z$  como asíntotas. En general, el tipo de la línea resulta de las relaciones entre las velocidades de la regla y las del punto, y más específicamente, de las relaciones entre los incrementos momentáneos (infinitesimales) generados por los movimientos de ambos. De este modo, Leibniz inicia un análisis de las diferentes propiedades de las curvas (puntos de inflexión, puntos de reversión, máximos y mínimos) a través de sus modos de generación mediante combinación de movimientos de regla y punto. Los detalles son complejos y requieren de un análisis más pormenorizado, que dejamos para otra ocasión. Nos bastan

<sup>19</sup> GM 7, 260-299 (ca. 1695).

<sup>20</sup> GM 7, 292 ss.

<sup>21</sup> *Ibidem*.

estas indicaciones generales para mostrar de qué manera podría imaginarse la función de una tornatoria o ciencia de las trazas o trayectorias.

## Conclusión

Para sintetizar, nuestro interés aquí fue mostrar en qué medida Leibniz introduce cuestiones cinemáticas en la geometría con el fin de justificar la transición de la geometría pura a la geometría aplicada a la ciencia natural. Para ese fin, introdujimos algunos conceptos relativos a los fundamentos metafísicos de la dinámica leibniziana, con el fin de mostrar que el espacio de la geometría, el espacio abstracto, resulta de una operación de abstracción en relación con el espacio físico, que debe considerarse como un *plenum* extenso. El espacio de la geometría, de carácter puro e ideal, es un espacio abstracto en el que interviene, en parte, la imaginación y en el que se instancian propiedades estructurales y métricas. Sea como fuere, la aplicación de la geometría pura a la física requiere de una teoría de la medida, que nos la procura la matemática general, y una teoría de las formas geométricas continuas, que en principio le corresponde al *analysis situs* o característica geométrica. El *analysis situs* admite un tratamiento de las propiedades geométricas que es tanto estructural como cinemático, es decir, por medio de la generación de formas mediante el movimiento. De esta manera, las formas geométricas se pueden concebir como vestigios o huellas de un móvil (abstracto) en un espacio tridimensional, también abstracto. Este tratamiento cinemático “abstracto” de los objetos geométricos, que tiene la función de dar una prueba de posibilidad y de continuidad para las entidades geométricas puras, es la base de la *tornatoria* como ciencia de las “trazas o vestigios”, que intermedia entre la geometría y la dinámica, dado que permite geometrizar los diversos aspectos del comportamiento físico de los cuerpos, tanto en lo que respecta a sus propiedades extensivas, puramente “foronómicas” o “cinemáticas” como, de una manera indirecta, en lo que concierne a sus propiedades intensivas, como fuerzas, velocidades instantáneas, pesos y acciones. En cualquier caso, más allá de la posibilidad misma de las formas geométricas, Leibniz mismo nos proporciona indicaciones de que concibe la teoría de las huellas o vestigios como aquello que constituye la transición hacia la dinámica propiamente dicha. Así, en el prefacio de *Matemática universal* (*Mathesis universalis*, ca. 1692) sostiene:

“El movimiento en cuanto tal, en cuanto se abstrae de la consideración de la potencia, es propio del tratamiento geométrico. En efecto, las líneas, más aún todas las figuras, son huellas de los movimientos, y una vez que se establece la ley del movimiento, considero que determinar el tiempo, la velocidad y la trayectoria es una cuestión puramente geométrica. Pero determiné que la Dinámica, que se ocupa de las fuerzas motrices y del choque de los cuerpos, aspira a algo más profundo y toma algunos principios suyos de la metafísica, que se ocupa de examinar las causas, así como las fuerzas y las

acciones de las sustancias en general, pues en efecto, a estas cuestiones no se llega por la imaginación (como ocurre con las cuestiones matemáticas)”.<sup>22</sup>

Esta perspectiva cinemática de las formas geométricas podría inducir la idea de que la transición de la geometría pura al tratamiento geométrico del movimiento es el producto de aplicar los resultados de la geometría (y de la matemática general, con sus partes finitas e infinitas) a los movimientos de los cuerpos reales en el “espacio” real, añadiendo simplemente la consideración de las leyes de las fuerzas motrices, es decir, de las “causas” de los movimientos. Esta aplicación sin duda tiene lugar cuando abordamos el comportamiento cinemático de los cuerpos, es decir, cuando hacemos abstracción de las fuerzas, como nos dice Leibniz. El mencionado aspecto corresponde, más o menos, a lo que en ocasiones denomina Leibniz foronomía, como ya lo hemos señalado.

No obstante, esta manera de ver la aplicación de la geometría a la física implicaría simplificar demasiado la cuestión, por el hecho de que Leibniz admite que las fuerzas en cuanto tales, aunque sean magnitudes intensivas, son susceptibles de matematización y, por esa vía, también se las puede representar geométricamente, como anticipamos un poco antes. En otras palabras, las magnitudes intensivas deben traducirse en términos de una magnitud extensiva para que se puedan tratar “diagramáticamente”, es decir, mediante esquemas geométricos. Al respecto, dos cuestiones que podemos vincular con el paso de la magnitud intensiva a su representación extensiva (y el modo de hacerlo). La primera, es la concepción leibniziana de las “dimensiones”, tal como aparecen en sus escritos de matemática universal, en el sentido de que las diferentes propiedades de un cuerpo físico, tanto extensivas como intensivas, pueden concebirse como otras tantas dimensiones geométricas de un cuerpo. Así, por ejemplo, un cuerpo puede tener no tres, sino cuatro dimensiones: las tres dimensiones espaciales y una cuarta, que es el peso.<sup>23</sup> La segunda es la aplicación metodológica de la teoría del *ductus* o *transporte*, que Leibniz toma de Gregoire de Saint Vincent<sup>24</sup> y aplica a la representación geométrica de la combinación de magnitudes extensivas e intensivas.<sup>25</sup> Mediante la combinación de ambos tipos de magnitud, puede mostrarse de qué forma Leibniz aborda la representación geométrica de magnitudes extensivas e intensivas de modo que se les puedan aplicar los procedimientos de la matemática infinita, es decir, del cálculo infinitesimal.

Sin embargo, es una cuestión que requiere un tratamiento más detallado, por lo que dejaremos su análisis para otra ocasión.

---

<sup>22</sup> GM 7, 51.

<sup>23</sup> *Initia mathematica. De quantitate*, GM 7, 33-34.

<sup>24</sup> Gregorius a Sancto Vincentio, *Opus geometricum quadraturae circuli et sectionum conii*, Amberes, 1647

<sup>25</sup> *Dynamica de potentia et legibus naturae corporeae, pars I, sectio prima, caput III, De ductibus seu de aestimatione compositione* [1689], GM 6, 307-319.

## Bibliografía citada

- Adams, R. M. 1994. *Leibniz. Determinist, theist, idealist*. Oxford, Oxford University Press.
- Arthur, R. T. 2018. *Monads, composition and force. Ariadnean threads through Leibniz's labyrinth*. Oxford, Oxford University Press.
- Arthur, R. T. 2021. *Leibniz on time, space & relativity*. Oxford, Oxford University Press, 2021.
- Cassirer, E. 1902. *Leibniz' System in seinen wissenschaftlichen Grundlagen*. Marburgo, 1902 (reimpr. Darmstadt, Wissenschaftliche Buchgesellschaft, 1962).
- De Risi, V. 2007. *Geometry and monadology. Leibniz' Analysis Situs and philosophy of space*. Basilea/Boston/Berlin, Birkhäuser, 2007.
- Elawani, J. y Costantini, F. 2023. "De l'art general d'estimer la quantité a l'estimation de la force chez Leibniz" en W. Li et al. (eds.), "*Le présent est plein de l'avenir, et chargé du passé*". *Vorträge des XI. Internationalen Leibniz-Kongresses*. Hannover, Gottfried-Wilhelm-Leibniz-Gesellschaft, pp. 401-416.
- Garber, D. 2009. *Leibniz: Body, substance, monad*. Oxford, Oxford University Press.
- Gregorius a Sancto Vincentio. 1647. *Opus geometricum quadraturae circuli et sectionum con*i, Amberes.
- Gueroult, M. 1967. *Dynamique et métaphysique leibniziennes*. Paris, Aubier Montagne.
- Leibniz, Gottfried Wilhelm. 1843-63. *Mathematische Schriften*, vols. 1-7, edited by C. I. Gerhardt. Berlin und Halle (repr. by Georg Olms Verlag, Hildesheim/New York. 1971). Citado como GM seguido de volumen y página.
- Leibniz, Gottfried Wilhelm. 1875-1890. *Philosophische Schriften*, vols. 1-7, edited by C. I. Gerhardt. Berlin (repr. by Georg Olms Verlag, Hildesheim/New York. 1978) Citado como GP seguido de volumen y página.
- Leibniz, G. W. 1903. *Opusculs et fragments inédits de Leibniz*, extraits des manuscrits de la Bibliothèque de Hanovre par Louis Couturat. Paris, Alcan (reimpr. Hildesheim, Olms, 1988) (citado como C).
- Leibniz, G. W. 1906. *Nachgelassene Schriften physikalischen, mechanischen und technischen Inhalts*, herausgegeben und mit erläuternden Anmerkungen versehen von Dr. Ernest Gerland. Leipzig, Teubner (citado como Gerland).
- Leibniz, Gottfried Wilhelm. 1923. *Sämtliche Schriften und Briefe*, editados por la Academia de Ciencias de Berlín desde 1923 (citado como AA, seguido de serie, volumen y página).

- Leibniz, G. W. 1982. *Escritos filosóficos*. Edición de Ezequiel de Olaso. Notas de Ezequiel de Olaso y Roberto Torretti. Traducciones de Roberto Torretti, Tomás E. Zwanck y Ezequiel de Olaso. Buenos Aires, Editorial Charcas (citado como Olaso).
- Leibniz, G. W. 1995. *La caractéristique géométrique*, texte établi, introduit et annoté par Javier Echeverría, traduit, annoté et postfacé par Marc Parmentier. Paris, Vrin.
- Leibniz, G.W. 2018. *Mathesis universalis. Écrits sur la mathématique universelle*, textes introduits, traduits et annotés sous la direction de David Rabouin. Paris, Vrin.
- Phemister, P. 2005. *Leibniz and the natural world. Activity, passivity and corporeal substances in Leibniz's philosophy*. Dordrecht, Springer.
- Rabouin, D. 2016. "A fresh look at Leibniz' Mathesis universalis" en: W. Li (ed.) *Ad felicitatem nostram alienamve. "Für unser Glück oder das Glück anderer". Vorträge des X. Internationalen Leibniz-Congress*. Hildesheim, Olms, p. 505-519.
- Russell, B. 1900. *A critical exposition of the philosophy of Leibniz*. Londres, George Allen and Unwin.