

LAS DETERMINACIONES MATEMÁTICAS DEL TIEMPO Y DEL ESPACIO: LA REFORMULACIÓN DE PAUL NATORP DEL IDEALISMO CRÍTICO DE KANT

LAURA ALEJANDRA PELEGRIN

Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET, Argentina).

<https://orcid.org/0000-0002-0309-7560>.

Resumen: *Este trabajo analiza la reformulación de Paul Natorp de la concepción kantiana del espacio y el tiempo. En la Estética trascendental, Kant prueba que el espacio y el tiempo son formas de la sensibilidad, irreducibles a las funciones del entendimiento, y que sus propiedades fundamentales, unicidad, infinitud, homogeneidad y continuidad, se siguen directamente de su carácter intuitivo. El neokantismo de Marburgo considera que esta distinción entre facultades constituye una limitación del idealismo kantiano y propone su superación. En este marco, Natorp argumenta que el espacio y el tiempo no son formas de la sensibilidad sino funciones del pensamiento, y que sus propiedades matemáticas no son dadas en la intuición sino derivadas de las leyes del pensar puro. El trabajo reconstruye la posición de Natorp en cuatro momentos. En primer lugar, se examinan las propiedades del espacio y del tiempo en la Estética trascendental de Kant. En segundo lugar, se exponen las razones por las cuales Natorp considera necesario superar el dualismo kantiano de facultades y se reconstruye la síntesis de cantidad y cualidad mediante la cual el pensamiento constituye el objeto como magnitud. En tercer lugar, se analiza el nivel de la relación, donde el pensamiento produce el tiempo y el espacio como funciones específicas de orden. En cuarto lugar, se muestra cómo las propiedades matemáticas del tiempo y del espacio se derivan de la serie fundamental como expresiones de la misma operativa del pensamiento que genera el número. Se argumenta que, para Natorp, el número precede lógicamente al tiempo y al espacio, invirtiendo así el orden de fundamentación kantiano. El caso de la tridimensionalidad del espacio se examina como límite estructural de esta derivación matemática.*

Palabras clave: *Natorp – Espacio – Tiempo – Neokantismo – Idealismo*

Abstract: *This paper analyzes Paul Natorp's reformulation of the Kantian conception of space and time. In the Transcendental Aesthetic, Kant argues that space and time are forms of sensibility, irreducible to the functions of the understanding, and that their fundamental properties, unity, infinity, homogeneity, and continuity, follow directly from their intuitive character. The Marburg School of Neo-Kantianism considers this distinction between faculties to be a limitation of Kantian idealism and proposes to overcome it. Within this framework, Natorp argues that space and time are not forms of sensibility but functions of thought, and that their mathematical properties are not given in intuition but derived from the laws of pure thinking. The paper reconstructs Natorp's position in four steps. First, it examines the properties of space and time in Kant's Transcendental Aesthetic. Second, it presents the reasons why Natorp considers it necessary to overcome the Kantian dualism of faculties, and reconstructs the synthesis of quantity and quality through which thought constitutes the object as magnitude. Third, it analyzes the level of relation, where thought produces space and time as specific functions of order. Fourth, it shows how the mathematical properties of space and time are derived from the fundamental series as expressions of the same operations of thought that generate number. It is argued that, for Natorp, number logically precedes space and time, thereby inverting the Kantian order of grounding. The case of the three-dimensionality of space is examined as the structural limit of this mathematical derivation.*

Keywords: *Natorp - Space - Time - Neo-Kantianism - Idealism*

Introducción

La distinción entre dos facultades de la mente es uno de los pilares del idealismo de Kant, “la sensibilidad nos da formas (de la intuición), pero el entendimiento [nos da] reglas” (*KrV*, A 126). El entendimiento produce conceptos, la sensibilidad es la fuente de formas de la intuición, el espacio y el tiempo. Los conceptos surgen del entendimiento puro y son, por ello, esencialmente vacíos. El contenido del concepto lo debe proveer una fuente heterogénea, la sensibilidad. En la *Estética trascendental* de la *Crítica de la razón pura*, Kant prueba que el espacio y el tiempo son formas de la sensibilidad y que no son *ni* propiedades de las cosas mismas *ni* funciones del entendimiento. El modo de orden propio del espacio y del tiempo es irreducible al modo de orden de las funciones del entendimiento.

Esta distinción entre facultades ha sido fuertemente cuestionada por la tradición post-kantiana (Krijnen, 2013, p. 170). Hermann Cohen, Paul Natorp y Ernst Cassirer, proponen como uno de los pilares del “retorno a Kant” la superación de la heterogeneidad de facultades. Sostienen que la heterogeneidad de facultades constituye uno de los puntos problemáticos de la propuesta kantiana. Kant debe ser releído de modo tal que el sistema pueda mostrar cómo el pensamiento es capaz de producir plenamente los objetos, sin recurrir a una facultad heterogénea a él. Los neokantianos consideran que un idealismo genuino debe mostrar cómo el pensamiento puede construir cabalmente la experiencia.

En el sistema de Kant, una de las limitaciones del entendimiento es la referencia a la intuición. El orden del espacio y del tiempo no puede ser producido por el entendimiento. Por ello, para el neokantismo de Marburgo, uno de los retos para el desarrollo de un idealismo consecuente es mostrar cómo el pensar produce tanto el orden de las categorías como el orden que, en el sistema de Kant, aportan las formas de la sensibilidad. En este marco, una de las tareas centrales del neokantismo marburgués es exhibir que el espacio y el tiempo no son formas de una facultad independiente del pensamiento, sino funciones del pensamiento mismo. En consecuencia, las propiedades del espacio y del tiempo no se derivan de una facultad pasiva, sino de las leyes del pensar que rigen la constitución de la experiencia. Paul Natorp, representante del neokantismo de Marburgo, sigue esta línea. Según Natorp, espacio y tiempo no son formas de la sensibilidad, sino modos del pensamiento. Consecuentemente, sus propiedades pueden derivarse de las leyes del pensar. Como puede notarse, este es uno de los núcleos de desacuerdo con la propuesta de Kant.

En este contexto, el objetivo general de este trabajo es analizar el modo en el que Natorp reformula la concepción kantiana, mostrando que el espacio y el tiempo no son formas de la sensibilidad, sino funciones del pensar. Exhibiremos el modo en que Natorp argumenta por qué las propiedades fundamentales del tiempo y del espacio, la unidad, la infinitud, la homogeneidad, y la continuidad se derivan de las funciones

lógicas que ya operan en la determinación de la magnitud, invirtiendo así el orden de fundamentación kantiano¹.

La investigación consta de cuatro momentos. En primer lugar, se reconstruyen las propiedades fundamentales del espacio y del tiempo en la Estética trascendental de Kant, unicidad, infinitud, homogeneidad y continuidad. Mostraremos que, para Kant, estas propiedades se derivan del carácter intuitivo del espacio y el tiempo. En segundo lugar, se exponen las razones por las cuales Natorp considera necesario superar el dualismo kantiano de facultades y se reconstruye la síntesis de cantidad y cualidad, mediante la cual el pensamiento constituye el objeto como magnitud. En tercer lugar, se aborda el nivel de la relación, donde el pensamiento produce el tiempo y el espacio como funciones específicas de orden, y se muestra que el número precede lógicamente al tiempo y al espacio, invirtiendo el orden de fundamentación kantiano. Finalmente, se exhibe cómo las propiedades matemáticas del tiempo y del espacio, unicidad, infinitud, homogeneidad y continuidad, se derivan de la serie fundamental, y se examina el caso de la tridimensionalidad del espacio como límite entre la derivación matemática y la fundamentación existencial.

1. Las propiedades del espacio y del tiempo en la Estética trascendental

En la Estética trascendental, Kant muestra que el espacio y el tiempo son formas puras de la intuición sensible. En virtud de su carácter intuitivo, el espacio y el tiempo poseen ciertas propiedades. Para Kant, unicidad, infinitud, continuidad y homogeneidad se siguen directamente de que el espacio y el tiempo son formas de la intuición y no conceptos del entendimiento.

El espacio es único porque “uno puede representarse solo un único espacio; y cuando se habla de muchos espacios, se entiende por ellos solo partes de uno y el mismo espacio único” (KrV, A25/B39). Los distintos espacios no son casos particulares de un concepto general de espacio, sino partes del espacio único. Lo mismo vale para el tiempo, “diferentes tiempos son solamente partes del mismo tiempo” (KrV, A32/B47). En ambos casos, la unicidad se funda en su peculiaridad como forma y no depende de actividad del entendimiento alguna.

El espacio “es representado como una cantidad infinita dada” (KrV, B40). El espacio no es construido como infinito mediante una síntesis progresiva de partes, sino que se da originariamente como ilimitado.; es decir que “todas las partes del espacio, hasta el infinito, son simultáneas” (KrV, B40). Del mismo modo, “la infinitud del tiempo no significa nada más, sino que toda cantidad determinada del tiempo es posible solo mediante limitaciones de un tiempo único que sirve de fundamento. Por eso, la representación originaria

¹ Natorp distingue las determinaciones matemáticas del tiempo y del espacio de sus determinaciones existenciales. Mientras las primeras se derivan del número, las segundas dependen del concepto de experiencia posible. Natorp sostiene: “las determinaciones meramente matemáticas del tiempo y del espacio están completamente determinadas por el número; pero no por ello quedan agotadas en el concepto del número. Lo que les hace ir más allá de este es precisamente la referencia directa a la existencia” (Natorp, 1910, p. 279). El objetivo de este trabajo se limita al análisis de las determinaciones matemáticas.

tiempo debe ser dada como ilimitada” (KrV, A32/B48). En ambos casos, la infinitud no es el resultado de una adición indefinida de partes, sino una propiedad originaria de la forma intuitiva. El espacio y el tiempo son cantidades infinitas *dadas*, y son, por ello, intuiciones y no conceptos. Ningún concepto puede contener *en sí* una multitud infinita de representaciones, sino sólo *bajo sí*. Sólo la intuición puede contener infinitas partes *en sí*².

Las partes del espacio y del tiempo no son partes independientes que se agregan para formar un todo, sino que se obtienen por limitación del todo único que las precede. Como señala Kant respecto del espacio, “estas partes tampoco pueden preceder al espacio único omniabarcador, como si fueran elementos de él (a partir de los cuales fuese posible la composición de él); sino que solo en él pueden ser pensadas”. Lo múltiple en el espacio “se basa simplemente en limitaciones” (KrV, A25/B39). Del mismo modo, en el tiempo, “toda cantidad determinada del tiempo es posible solo mediante limitaciones de un tiempo único que sirve de fundamento” (KrV, A32/B48). Esta estructura, en la que el todo precede a las partes y las partes se obtienen por limitación, garantiza la homogeneidad. Las partes del espacio son homogéneas entre sí porque todas son partes del mismo espacio único, obtenidas por el mismo procedimiento de limitación. El espacio y el tiempo son, en este sentido, *tota analytica* y no *tota synthetica*. No se componen de partes sino que las partes se obtiene por división³.

La continuidad del espacio y del tiempo, en cambio, no recibe un tratamiento explícito en la Estética trascendental. En la Disertación de 1770, Kant vincula la continuidad

2 Kant presenta diferentes versiones de este argumento en la edición de 1781 y 1787. Véase Kemp Smith, 1918, pp. 108ss. Sobre la aceptación kantiana del infinito actual del espacio, véase Smyth (2023, p. 2), quien señala que investigaciones recientes han desestimado la interpretación de Kant como hostil al infinito actual.

3 “Un *totum syntheticum* es aquel cuya composición se funda en las partes, que también pueden pensarse sin esa composición. Un *totum analyticum* es aquel cuyas partes presuponen ya, en cuanto a su posibilidad, la composición en el todo. El espacio y el tiempo son *tota analytica*; los cuerpos son *synthetica*” (Refl, AA 17: 293). El estatuto del espacio y el tiempo como *tota analytica* en la Estética trascendental entra en tensión con la caracterización que ofrece la Analítica de los principios. En los Axiomas de la intuición, Kant afirma que “la representación de las partes hace posible la representación del todo” (KrV, B202) y que la determinación de cualquier magnitud espacial o temporal requiere una síntesis sucesiva: “no puedo representarme línea alguna, por pequeña que sea, sin trazarla en el pensamiento, es decir, generando poco a poco todas las partes a partir de un punto” (KrV, B202). Esta aparente contradicción ha dado lugar a diversas interpretaciones. Kemp Smith la lee como una inconsistencia efectiva entre ambas secciones de la *Crítica* (1918, p. 347), mientras que Paton considera que la doctrina de la Estética es suplementada y corregida en la Analítica (1961, vol. 2, p. 122 ss.). Allison, Torretti y Guyer coinciden en disolver la tensión distinguiendo el objeto de cada sección. En la Estética, Kant trata el estatuto ontológico del espacio y el tiempo, mientras que en los Axiomas estudia el problema de la medición (Allison, 1992, p. 162; Torretti, 1967, p. 437; Guyer, 1987, p. 193). Nagel precisa esta lectura señalando que el espacio mismo no es una magnitud extensiva, pero sí lo son las regiones delimitadas dentro de él (Nagel, 1983, p. 87). Falkenstein sostiene que, en la Estética, el todo del espacio precede a sus partes; en los Axiomas, la *representación* de las partes precede a la representación del todo. Sostiene: “en el caso del espacio y el tiempo, la representación de las partes hace posible la representación del todo. No hace posible el todo en sí mismo, pero hace posible una representación del todo.” El espacio como objeto sigue siendo *totum analyticum*; la generación de la representación, en cambio, procede sintéticamente (Falkenstein, 1995, p. 251).

con el carácter intuitivo de estas formas, al señalar que el tiempo es una cantidad continua y principio de las leyes de lo continuo en los cambios del universo (MSI, AA 02: 399). En la *Crítica*, la continuidad reaparece en el Sistema de los principios, vinculada a las funciones del entendimiento, en los Axiomas de la intuición y las Anticipaciones de la percepción, y no ya a la intuición pura como tal⁴.

De este modo, para Kant, las propiedades fundamentales del espacio y del tiempo, unicidad, infinitud, homogeneidad y continuidad, no se derivan de actividades del entendimiento sino de su carácter de formas de la sensibilidad. Es precisamente este fundamento el que Natorp se propone invertir, como veremos a continuación.

2. La superación del dualismo kantiano y la construcción del objeto como magnitud

El neokantismo de Marburgo propone como uno de los pilares de su “retorno a Kant” un nuevo enfoque del dualismo entre intuiciones y conceptos. Mientras que para Kant las intuiciones y los conceptos tienen su origen en facultades distintas de la mente, el neokantismo de Marburgo redefine estas nociones como modos del pensamiento (Dufour, 2003, p. 90. Holzhey, 2005, p. 8). Para el neokantismo de Marburgo, el giro copernicano exige mostrar cómo el pensamiento puro construye la objetividad (Ferrari, 1997, p. 118. Holzhey, 2010, p. 25. Pringe, 2020, pp. 275 ss).

En el sistema de Kant, este dualismo entre sensibilidad y entendimiento encuentra su fundamento directo en la Estética trascendental. En esta sección de la *KrV*, Kant prueba que el espacio y el tiempo son formas de la intuición. Al mostrar que espacio y tiempo no son conceptos, se demuestra que el entendimiento no puede ser productor de estas representaciones. Por ello, uno de los retos de la propuesta de Natorp consiste en mostrar cómo el pensamiento puede ser productor de lo que, en el sistema de Kant, se presenta como formas de la intuición⁵. Ahora bien, para llevar adelante esta tarea, ese cambio exige, en particular, precisar qué se entiende por pensamiento y cuál es su relación con la experiencia.

4 Daniel Smyth explica que Kant está comprometido con la continuidad del espacio en tanto sostiene que la posibilidad del movimiento continuo la exige. Smyth señala que Kant, como sus contemporáneos, probablemente no distinguía con claridad entre divisibilidad infinita (*denseness*) y continuidad en sentido estricto (Smyth, 2014, p. 25, n. 42). En este mismo sentido, Chenet deriva la continuidad del espacio directamente de su carácter de *totum analyticum*. Dado que las partes no preexisten al todo sino que se obtienen por limitación, no hay elementos discretos a partir de los cuales el espacio se componga. Como señala el autor, el espacio “es un continuum porque el espacio no nace de la composición de las partes, sino que las partes solo son posibles por el espacio” (Chenet, 1994, p. 78).

5 Tanto Cohen como Cassirer han argumentado en esta dirección, si bien con algunas diferencias. Como explica Hernán Pringe, Cohen argumentó que el tiempo no es una forma de la sensibilidad, sino una categoría generada por el pensamiento puro en el acto de la anticipación (Pringe, 2020, esp. pp. 282ss.) También Cohen sostiene que el espacio y el tiempo son categorías. Respecto a un viraje en la propuesta de Cohen, Massimo Ferrari comenta: “En 1885, en la polémica con Renouvier, Cohen había afirmado que asumir el espacio y el tiempo como categorías significaría destruir la estructura del sistema trascendental. Ahora, en cambio, esa misma asunción definía un pasaje obligatorio para la lógica del conocimiento puro, que de ese modo operaba una superación de Kant y, al mismo tiempo, un acercamiento a Leibniz” (Ferrari,

Para Natorp, el problema del conocimiento no es el de la gestación de las representaciones en la conciencia empírica. Este es un problema de la psicología⁶. El problema que la filosofía debe plantear es el de la legitimidad del conocimiento y no el de su génesis. En este contexto, pensar no es generar representaciones, sino establecer relaciones entre una multiplicidad de acuerdo con una ley. El pensamiento es la unidad general de la legaliformidad de una multiplicidad, el *logos*⁷.

Natorp parte de una definición mínima de la noción de pensamiento. Pensar consiste en establecer relaciones. Estas relaciones implican la conexión entre una multiplicidad y una unidad. Sin embargo, la unidad no tiene sentido por sí sola, sino en relación con la multiplicidad con la que se conecta. De igual manera, la multiplicidad solo adquiere sentido como *una* multiplicidad. La relación exige términos, pero los términos no existen por separado, sino únicamente en la relación. Ahora bien, dado que nada puede ser pensado separado del pensamiento, es necesario mostrar cómo el pensamiento mismo puede construir toda determinación de la experiencia⁸. Esta es la tarea de la deducción natorpiana de las categorías, exhibir el camino por el cual el pensamiento constituye lo real⁹. Los primeros niveles son los de la cantidad y la cualidad, que construyen el objeto como magnitud.

La cantidad (*Quantität*) es el primer nivel en la construcción de la experiencia. El nivel de la cantidad tiene tres momentos, unidad (*Einheit*), pluralidad (*Mehrheit*) y totalidad (*Ganze*). En este nivel, la parte precede al todo¹⁰. El primer momento de la cantidad es la unidad. La postulación de una unidad inicial marca el comienzo del proceso. El segundo

1997, p. 119). Esta concepción del tiempo como producto de una función lógica (y no como intuición dada) se inscribe en el giro fundamental de la Escuela de Marburgo. En relación con el problema del tiempo en Cassirer, véase Pringe 2014.

6 Esta concepción es compartida por varios pensadores de la época, como Frege, Husserl e incluso Heidegger, quienes consideran al psicologismo como un enemigo común (cf. Edgar 2008. González Porta 2021. Pelegrín 2024).

7 Natorp argumenta que Kant había definido el concepto de pensamiento en esta misma línea, al concebirlo, en la unidad trascendental de la apercepción, como la actividad sintética del 'yo pienso', que unifica las intuiciones en una experiencia. Sin embargo, se aleja de esta concepción en otros momentos, como en la *Estética*, donde el concepto de afección introduce una multiplicidad dada. (1910, p. 40).

8 Para Natorp, al igual que para Cassirer y Cohen, la experiencia no debe ser comprendida como la representación de un individuo sino como el conocimiento objetivo que se expresa en el *factum* de la ciencia. Para el neokantismo de Marburgo en general, 'la experiencia' como ciencia es el hecho cuya 'posibilidad' se cuestiona en la lógica trascendental" (Natorp, 1910, p. 13). Sobre este punto, véase: Molina Cantó, 2008, p. 80. Duarte Amaral, 2019, p. 97.

9 Según ciertos intérpretes la deducción de categorías no constituye un aspecto fundamental en la filosofía de Natorp. Morris Cohen afirma que dicha deducción no tiene un impacto significativo en el centro del pensamiento natorpiano. En su reseña de *Los fundamentos lógicos de las ciencias exactas* (1910), Morris Cohen afirma: "En el segundo capítulo, tenemos una deducción modernizada de las categorías. Los huesos secos del marco kantiano reciben mucha carne y sangre. Al final, sin embargo, resultan ser nuestros viejos amigos, los Doce, marchando en cuatro grupos de tres cada uno. Si no fuera porque los estudiantes de nuestras universidades no leen alemán, este capítulo podría ser recomendable leído por aquellos que están leyendo a Kant por primera vez y que generalmente no pueden comprender de qué tratan estas categorías." (Cohen, 1911, p. 694). En contraposición a esta idea, véase Pelegrín 2025.

10 Este es también el rasgo distintivo en la filosofía kantiana de las cantidades extensivas [KrV, A162/B203].

momento es la repetición de la unidad. Esta adición sucesiva de unidades genera una serie (*Reihe*) indefinida o pluralidad ($x_1, x_2, x_3, \dots$). El tercer momento es la totalidad, el cierre de la pluralidad. Esta totalidad puede constituir una unidad nueva para un nuevo proceso. Ahora bien, en el procedimiento de la cantidad, “el paso de una magnitud (*Grösse*) a otra solo puede pensarse a través de la adición arbitraria de unidades, es decir, de manera discreta; no hay ningún medio para expresar una continuidad” (Natorp, 1891, p. 30). Si la magnitud no se genera desde un principio interno, sino que aparece solo como suma de unidades discretas, entonces no puede pensarse un paso continuo entre magnitudes¹¹. El nivel de la cualidad posibilita esta continuidad del tránsito.

La cualidad representa una unidad originaria del pensamiento, en contraste con la unidad periférica de la cantidad. Mientras la cantidad construye la totalidad a partir de una multiplicidad, la cualidad representa el fundamento interno y continuo desde el cual la multiplicidad misma emerge. La cualidad es precisamente lo que garantiza la continuidad por partir de la unidad de un punto de vista de consideración. La función de este nivel asegura que cada término de la multiplicidad sea homogéneo con respecto a los demás. Las partes son partes de un todo común. Por ello, en este caso, el todo precede a la parte. En el nivel de la cualidad, el primer momento es la unidad como identidad. El segundo momento es la pluralidad producida mediante la diferenciación. A partir de la diferenciación se obtiene la pluralidad de momentos de una misma cualidad, y así se “funda la serie de simples posiciones de identidad, en las que éstas se establecen no meramente una al lado de la otra sino en relación” (Natorp, 1910, p. 61). El último momento es la totalidad cualitativa (*Allheit*), el género, que establece el punto de vista común¹². El nivel de la cualidad permite así fundar la homogeneidad que es presupuesto indispensable de toda cuantificación. De este modo, este tercer nivel garantiza la continuidad del tránsito (Natorp, 1891, p.31)¹³. Una pluralidad de unidades constituye una magnitud en tanto comparten un respecto común (el género) que las hace homogéneas y, a la vez, son distinguibles entre sí como instancias discretas.

La cualidad aporta así el fundamento homogéneo desde el cual la multiplicidad emerge, haciendo posible que la variación entre términos sea continua. La función cualitativa hace así inteligible la variación continua. Por ello, con la cantidad y la cualidad, “incluso

11 “si no hay una generación de magnitud, tampoco se concibe una transición continua de magnitud a magnitud... la transición... resulta en un proceso discontinuo.” (Natorp, 1891, p.21)

12 Al igual que Kant, Natorp distingue dos tipos de totalidades. La totalidad de la cantidad es una totalidad compositiva (*kompositiv*), mientras que la totalidad cualitativa es una totalidad comprensiva (*komprehensiv*), es decir, una unidad central que no suma partes externas, sino que las engendra desde un fundamento común. También Kant distinguió dos tipos de totalidad, aquella donde la representación de las partes hace posible la representación del todo, la magnitud extensiva, (KrV, A162/B203), y la magnitud intensiva, donde el grado es captado como una unidad originaria que no se compone de partes que preexisten (KrV, A166/B207). Natorp retoma esta distinción, pero la reformula en términos puramente lógicos, desvinculándola de la referencia a la intuición.

13 “La continuidad de la magnitud surge de la tercera categoría de la cualidad” (Natorp, 1891, p.31).

para la variabilidad del objeto está ya dado en ello el fundamento esencial; la magnitud, pensada en su generación conforme a ley a partir de la unidad cualitativa de la continuidad” (Natorp, 1910, p. 65)¹⁴.

De este modo, el objeto se constituye como magnitud mediante la síntesis de cantidad y cualidad. La cantidad aporta la pluralidad de unidades discretas y el procedimiento de su adición serial, generando así lo múltiple cuantificable. La cualidad, por su parte, aporta la identidad bajo un mismo respecto, la diferenciabilidad. La síntesis de cantidad y cualidad produce así la magnitud. El objeto queda constituido como quantum, es decir, como una totalidad cuantitativa fundada en una unidad cualitativa.

3. Espacio y tiempo como modos de la relación.

Los niveles de la cantidad y la cualidad permiten construir la objetividad en su estrato más básico, determinan el objeto como una magnitud (Natorp, 1910b, p. 24). Sin embargo, construir la experiencia requiere no solo determinar objetos, sino conectarlos (Natorp, 1910, p. 65). Por esta razón, es necesario un nuevo nivel, el de la relación. Se requiere ahora un segundo orden de relación, una “síntesis de síntesis”, que permita la interconexión de las series de magnitudes generadas. De este modo, se generan niveles superiores de determinación que completan la determinación matemática del objeto con una determinación dinámica¹⁵. La síntesis cuantitativo-cualitativa produjo un sistema de series ordenadas. Ahora es necesario generar un orden total, cuyo resultado será la naturaleza, entendida como un sistema de leyes interconectadas. La relación misma constará de tres momentos, análogos a los niveles previos, una posición inicial, una continuación y un cierre.

El acto inicial consiste en la posición de una serie modelo, una *Grundreihe* (Natorp, 1910, p.70). Este es el equivalente a la categoría kantiana de sustancia, en tanto provee el fundamento fijo que hace posible la medición y comparación del cambio. Así como la unidad fue el primer momento de la cantidad y la identidad de la cualidad, la *Grundreihe* es el primer momento del nivel de la relación. Este primer momento consiste en el establecimiento de un sistema de referencia que permite articular las series entre sí, un *fundamentum*

14 “La síntesis cualitativa tiene, por tanto, solo un significado indirecto para el tiempo y el espacio, y consecuentemente para la sensación, en la medida en que esta se refiere meramente al tiempo y al espacio, marcando solo el punto temporal y espacial como dado; en ese sentido solo fundamenta que la transición de punto a punto [de sensación a sensación] en el tiempo y en el espacio es pensada como continua. Una relación completamente directa, en cambio, tiene la síntesis cualitativa con la sensación según su otro significado, el de contenido” (Natorp, 1891, p.140).

15 Kant distingue entre principios matemáticos y dinámicos. Los principios matemáticos justifican la aplicación de la matemática a los fenómenos. Se dirigen a la intuición, pura (Axiomas de la intuición) o empírica (Anticipaciones de la percepción). Los principios dinámicos (Analogías de la experiencia y Postulados del pensamiento empírico) se dirigen a la existencia del fenómeno. (KrV, A 179/B 296). La división kantiana entre principios matemáticos y dinámicos se asienta en gran medida en la distinción entre condiciones formales y materiales de la experiencia. En Natorp, dado que toda determinación es obra del pensamiento, esta distinción se desplaza. Lo dinámico no remite a una facultad heterogénea sino a un nivel superior de la actividad sintética.

relationis. Esta serie fundamental opera como un criterio de ordenamiento, en función del cual las demás series pueden ser articuladas en conexión recíproca. Esto implica la fijación de un sistema de posiciones, una escala, en la que puede inscribirse y así ordenarse el curso de las series de cambios.

Como se ha señalado, el hilo conductor de la tarea es la definición del pensamiento como correlación. Para Natorp, “pensar es establecer relaciones” (1910, p. 99). Por ello, el segundo momento del nivel de la relación consiste en establecer un orden que permita conectar los términos de series heterogéneas entre sí. En este segundo nivel, esta función ya no se limita al orden interno de una serie, sino que plantea el problema de la articulación entre series heterogéneas. Los niveles de cantidad y cualidad resultaron en series con miembros ordenados: $(x_1, x_2, \dots)$ y $(y_1, y_2, \dots)$. Ahora, la serie $(x_1, x_2, \dots)$ debe poder conectarse con la serie $(y_1, y_2, \dots)$, de modo que se pueda generar un sistema unitario entre lo heterogéneo. La pregunta que debe responderse es cómo pueden conectarse los índices $(1, 2, 3, \dots)$ cuando pertenecen a diferentes series $(x, y, \dots)$. Espacio y tiempo son las formas de orden de esta relación.

El tiempo es la función que permite que las series se ordenen entre sí. La serie formada por el nivel de cantidad y cualidad tenía un orden interno. Ahora es necesario conectar una serie con otra en busca del orden total. Los miembros de la serie x deben poder ser puestos en relación con los miembros de la serie y . Se debe disponer un orden que articule x_1, x_2, x_3 , con y_1, y_2, y_3 , etc., de modo que cada primer miembro de una de las series esté conectado al primer miembro de la otra serie. El tiempo es la escala universal que hace posible este arreglo. En cada momento de tiempo está contenido todo lo que sea el primer miembro de cada serie. Así, será posible afirmar que en el tiempo 1 encontramos x_1, y_1, z_1 , etc.; en el tiempo 2, x_2, y_2, z_2 ; en el tiempo 3, x_3, y_3, z_3 , etc. El pensamiento exige la articulación de las series, y el tiempo constituye la condición que permite dar una primera respuesta a esta exigencia. En cuanto orden fundamental de las determinaciones, el tiempo establece la secuencia común en la que pueden inscribirse las distintas series, haciendo posible su articulación en un sistema unitario de orden superior. En este sentido, el tiempo es esa escala universal. Como orden fundamental de las determinaciones, no solo ordena lo sucesivo, sino que hace posible la coordinación de todo lo que coexiste en una misma referencia temporal (Natorp, 1910, p. 72).

Sin embargo, también es necesario que lo que está contenido en cada momento pueda ser distinguido. Se necesita un orden en este ‘ser juntos’ (*Miteinandersein*). Se debe establecer el orden de estos elementos de cada una de las series contenidas en cada momento. Esta segunda condición es el orden espacial. El espacio es el orden de lo que coexiste porque es lo que permite distinguir lo que es al mismo tiempo. La distinción de lo simultáneo genera los lugares espaciales y, con ello, despliega la multiplicidad contenida en cada instante. Si la función del pensamiento es distinguir y reunir lo distinguido, la expresión específica de esta función es ahora la distribución en lugares de lo que está contenido en cada momento.

El establecimiento de la espacialidad permite conservar la multiplicidad contenida en cada momento del tiempo. El espacio y el tiempo juntos habilitan un orden que coloca las series en un sistema común. De este modo, el espacio y el tiempo son funciones de orden del pensamiento que operan sobre las series previamente generadas, constituyendo así un orden de nivel superior (Natorp, 1910, p. 73).

Ahora bien, para que la naturaleza sea un sistema de leyes, y no un mero agregado de series paralelas, se requiere una función que coordine ambas dimensiones. Esta función, que debe asignar, conforme a una regla, lugares a instantes e instantes a lugares es el movimiento. El movimiento establece la relación entre los instantes y los lugares del espacio, coordinando así los puntos espaciales con los instantes de tiempo (Natorp, 1910, p. 74). Esta coordinación conforme a ley permite que el pensamiento retenga lo pasado y lo enlace con lo presente. De este modo, se instituye una identidad, no sustancial sino funcional, que persiste a través del cambio. El movimiento no designa aquí un hecho empírico dado, sino la asignación determinada de puntos espaciales a momentos temporales en el curso de una variación, tal como es fijada por el pensamiento. De esta manera, se establece un sistema de variabilidad e invarianza. La invarianza implicada no corresponde a una cosa subsistente, sino a la identidad funcional que el pensamiento mantiene a lo largo de la variación. El tiempo y el espacio están así conectados en el concepto de movimiento. Por esta razón, el movimiento expresa la forma básica del cambio en la naturaleza. Precisamente por ello, la sustancialidad encuentra su expresión más clara en el movimiento. En el movimiento, permanencia y cambio no se oponen, sino que se determinan recíprocamente. Lo variable solo es determinable en relación con lo permanente, y viceversa. En el movimiento, el punto mismo permanece idéntico en cuanto punto, aun cuando recorra una multiplicidad de lugares. Del mismo modo, el trayecto recorrido permanece fijo como sistema de posiciones. Ni el punto ni el camino son “arrastrados” por el movimiento. Más bien, es el pensamiento el que recorre la trayectoria, asignando un mismo X ideal a una serie de puntos espaciales fijos en momentos temporales igualmente determinados. Solo mediante esta asignación constante puede el movimiento ser concebido como tal, ya que el pensamiento conserva lo pasado y lo vincula con lo presente según una regla, de modo análogo a la relación funcional entre coordenadas en el desarrollo de una función (Natorp, 1910, p. 74).

Este análisis del movimiento como coordinación puramente formal entre los órdenes del espacio y el tiempo consuma la deducción de estos como las funciones fundamentales de la relación. El tiempo queda establecido como la escala universal que permite articular series heterogéneas, mediante la asignación de un mismo índice a los miembros correspondientes de cada serie. El espacio, por su parte, es el orden que distingue y conserva la multiplicidad de lo simultáneo dentro de cada instante. Juntos, espacio y tiempo constituyen las condiciones formales bajo las cuales el pensamiento puede conectar las series de magnitudes generadas en los niveles previos. Con ello, el pensamiento ha establecido la condición de posibilidad para un sistema unitario de series heterogéneas. Ha generado una

escala universal que permite correlacionar x_1 con y_1 en t_1 , x_2 con y_2 en t_2 , etc. (tiempo), y un orden que distingue x_1 de y_1 dentro de cada instante (espacio).

Se advierte así que la construcción del tiempo y del espacio como funciones de la relación no introduce ningún elemento extraño al pensamiento. En este nivel, se han desplegado las mismas funciones que ya estaban presentes en la determinación numérica. El número no es otra cosa que la expresión más abstracta y pura de esa misma actividad del pensamiento que ya estaba en juego desde los niveles de cantidad y cualidad, donde produjo la magnitud como su primer resultado determinado. En este sentido, el número no presupone una intuición del tiempo ni del espacio, como creía Kant. El número precede lógicamente al tiempo y al espacio, puesto que expresa ya, en el ámbito del pensar puro, las mismas exigencias estructurales que se desplegarán luego como formas del orden temporal y espacial¹⁶. El orden de fundamentación es contrario al propuesto por Kant. De acuerdo con la propuesta de Natorp, ni “el tiempo ni el espacio pueden ser presupuestos cuando se trata de las leyes del número puro, pues, a la inversa, el tiempo y el espacio no son explicables sin la presuposición del número” (Natorp, 1910, p. 110)¹⁷. Por ello, las propiedades fundamentales del tiempo y del espacio se derivan de las funciones del pensamiento que ya operan en la determinación del número y la magnitud, y no a la inversa. No es la magnitud la que presupone el espacio y el tiempo, sino que el espacio y el tiempo presuponen la magnitud.

4. La serie fundamental como punto de partida para la derivación de las propiedades matemáticas del tiempo y del espacio.

Hemos visto que el espacio y el tiempo no son formas de la intuición, sino funciones del pensamiento que surgen en el nivel de la relación para articular series heterogéneas. El movimiento, como asignación conforme a ley de puntos espaciales a momentos temporales, expresa esta operación correlacionante y, al hacerlo, instituye una identidad que persiste a través del cambio. El análisis precedente permite ahora examinar con mayor precisión de qué modo las propiedades matemáticas del tiempo y del espacio se derivan de la estructura de la serie fundamental. Si el espacio y el tiempo son modos de orden derivados del pensar, sus propiedades fundamentales, como la continuidad, la unicidad, la homogeneidad y la infinitud,

16 “Por ello: la oposición de muchos matemáticos a la idea de que el número presupone la “intuición” del tiempo o del espacio (o de ambos) es totalmente válida, y al mismo tiempo, queda claro el saludable motivo detrás de esta opinión, que no solo Kant defendió, sino que muchos matemáticos importantes hasta hoy, independientemente de Kant, han sostenido” (Natorp, 1910, p. 108).

17 Para Kant, el espacio y el tiempo, en cuanto formas puras de la intuición, constituyen los fundamentos respectivos de la geometría y la aritmética. La geometría es posible como ciencia porque construye sus objetos en la intuición pura del espacio (KrV, B 40); la aritmética, por su parte, se funda en la sucesión temporal, en tanto que el conteo presupone la adición de unidades en el tiempo (Prol, AA 04: 284. KrV, B15/B179 y A163/B203). Respecto a la forma del tiempo como fundamento de la mecánica, véase: MSI AA 02: 397. Prol, AA 04: 283. KrV B 49. En este respecto, Michael Friedmann sostiene que la ciencia que funda el tiempo es la mecánica y no la aritmética (Friedman 1992, p. 105).

ya no pueden derivarse la forma de la intuición, como el sistema kantiano. Estas propiedades no se toman de la forma intuición, sino que se fundamentan en el número. El número, en tanto función lógica originaria, proporciona la estructura sobre la cual se edifican la serie temporal y el orden espacial. Para comprender esto, es necesario examinar en qué consiste la serie fundamental (*Grundreihe*) que mencionamos al inicio de la sección 3 y mostrar cómo las propiedades matemáticas que la constituyen operan como condición de posibilidad de toda determinación espacio-temporal. A ello nos dedicaremos a continuación.

El número es la expresión más pura del pensamiento (Natorp, 1910, p.98.). La serie de los números se construye gracias a los procesos de la cantidad y la cualidad. La relación de la serie con sus miembros se determina en función de estos procesos lógicos fundamentales. Como vimos, el proceso de la cantidad y la cualidad generaba una serie ordenada. Lo que distingue a los miembros de la serie es su lugar. El rasgo distintivo de cada término se define por el lugar que ocupan en la serie. El número determinado es el término en el conjunto de relaciones puestas.

La serie se genera en la iteración del proceso cuantitativo y cualitativo en la que cada término puesto es considerado como un contra-término en relación a una posición anterior. En primer lugar, está la posición de lo uno, la posición de un individuo como primer elemento para conformar la multiplicidad. En segundo lugar, es necesaria una repetición de esta posición inicial. Esta repetición debe garantizar que se conserven los momentos anteriores, se genera una repetición de la posición inicial reteniendo las posiciones anteriores. El segundo término puesto se presenta como un contra-término respecto del anterior. El tercer momento genera la posibilidad de tomar a los términos puestos como nuevos momentos iniciales. Aquello que fue puesto como “lo otro” respecto a una posición inicial, puede ser considerado a su vez como una nueva posición en relación a otra posición. La unidad de lo uno y lo otro puede ser considerada como una totalidad respecto a un momento ulterior. La unidad de lo uno y lo otro puede ser también un uno. Cada uno de los términos puede ser tanto término fundamental y contra-término. Este proceso es infinitamente iterable. Aquello que era un todo respecto de sus partes puede ser considerado también como una unidad para la conformación de totalidades de orden superior. No hay un comienzo absoluto de posición de lo uno, sino que hay una estructura iterable donde nada es en sí mismo una unidad o una totalidad en sentido absoluto. Esta posibilidad de poner los términos en diferentes relaciones puede conducir a la errónea convicción de que los términos pueden subsistir con independencia de la relación misma. Por el contrario, los términos pueden ser puestos en distintas relaciones porque su determinación solo consiste en ser un término de una relación y no tiene una determinación que trascienda a esta posición en la que es puesto. Un elemento puede ser término o contra-término dependiendo la relación considerada. Esta posibilidad da la apariencia de independencia de los términos. La posibilidad de entrar en múltiples relaciones genera la apariencia de independencia de los términos respecto a la posibilidad de entrar en una relación en general. Sin embargo, esa

aparente independencia no es más que la posibilidad que tienen los términos generados establecer distintas relaciones. Lo que en una relación es término puede en otra relación ser contra término. Cada miembro de la serie se define en virtud de la posición que ocupa. La posición iterada de término a término genera la serie junto con la posibilidad de dirección del más y del menos como relaciones de oposición. La cantidad y la cualidad permiten una relación de posición de acuerdo con el antes y el después¹⁸.

Las propiedades de la serie numérica se derivan a partir de la operativa de estos procesos lógicos fundamentales. Las propiedades de la serie son expresiones concretas de la forma general del pensar. Como expresión del pensamiento puro, esta serie es: necesaria y universalmente válida, única, infinita, homogénea y continua. Es universalmente válida por estar fundada en el proceso puro del pensar. Es única pues la permutación de valores solo altera la posición en relación al mismo conjunto de relaciones. El intercambio de los valores no genera una nueva serie en tanto la determinación del valor se realiza solo en función de su posición en la serie. La función de cada valor es siempre intercambiable (Natorp, 1910, p.133). En tanto el proceso es siempre iterable la serie es infinita y abierta. Esta iteración “cuya relación fundamental en una repetición siempre constante (en tanto cada miembro fundamental de una primera relación se vuelve contra miembro en relación a un otro miembro fundamental, y cada contra-miembro se vuelve miembro fundamental en relación a otro contra-miembro en una nueva relación igual a la anterior) da como resultado la serie abierta infinita de ambos lados. Esta iteración permite que siempre un término pueda ser considerado como contra-término y viceversa. Ningún término puede constituir un inicio absoluto sino que todo término puede adoptar la función de inicio. La serie es homogénea. Sus valores son equivalentes. La dirección del más y del menos puede ser reproducida en cualquier lugar de la serie tomando a un momento como 0 y expresando en relación a él, nuevamente, un vínculo de término y contra-término. La diferencia de los miembros de la serie es solo en relación al lugar que ocupan, por ello la serie es homogénea. Cada determinación de un valor es relativa a la función que ocupa.

La cantidad permitía posiciones indefinidas y garantizaba la posibilidad de considerar la pluralidad de posiciones diferenciadas en una unidad total cuantitativa. La cualidad, por su parte, permite el tránsito continuo de una magnitud a otra. La posibilidad de esta continuidad no está dada sin más sino que se encuentra fundada en la operativa fundamental del pensamiento (Natorp, 1910, p.180)¹⁹. Cada unidad será un momento de detenimiento

18 “La relación de posición (Position) u ordenamiento según el antes y el después es la característica última del número -característica que precede lógicamente toda significación métrica]. Su expresión matemática, el más y el menos, define un tipo siempre idéntico de relación de término a término de nuestra serie fundamental (Urreihe); dicho de otra forma, cada término de la serie significa un «contra-término» o un «término fundamento» por relación a un «contra-término»” (Natorp., 1910, p.98).

19 En la fundación de la continuidad, Natorp parece conceder una preeminencia al momento de la cualidad por sobre el de la cantidad.; “La continuidad es una ley tan originaria e inquebrantable del pensamiento que cualquier discreción solo

provisorio del pensamiento. La relación de un término con otro será el lugar en el que un término es posicionado en relación a una posición seleccionada como instancia “0”. El cero es punto de partida de la numeración. La posición del antes y el después es, en relación a esta posición inicial, siempre relativa. La definición de los números en la serie se realiza en virtud de esta relación de término a término en la serie fundamental respecto a la función que se asigna como “0”. De este modo, se reconoce la necesidad “absoluta” de una posición inicial y el carácter relativo de a aquello que se pone como inicio. El 0 puede ser definido como “ser punto de referencia o punto de comparación en vistas a la posición de un valor determinado” (Natorp, P., 1910, p.181.).

De este modo la serie fundamental y sus propiedades encuentra su fundamento en la operativa del pensar.

4.2. *Las propiedades matemáticas compartidas: homogeneidad, continuidad e infinitud*

En tanto el tiempo y el espacio son funciones del pensamiento derivadas de la misma operativa que genera la serie numérica, sus propiedades matemáticas no son sino el despliegue de las propiedades de la serie fundamental en los órdenes específicos de la sucesión y la coexistencia. Como señala Natorp, las propiedades de la serie temporal coinciden completamente, en lo que respecta a sus características puramente matemáticas, con el orden serial unidimensional de la serie numérica (1910, p. 97). Lo mismo vale para el espacio en su estructura fundamental: las mismas propiedades que hemos establecido para la serie numérica valen igualmente para la línea recta como figura fundamental sobre la que se construyen todas las relaciones espaciales (1910, p. 115).

La infinitud del tiempo y del espacio se sigue de la iterabilidad irrestricta del proceso que genera la serie. Dado que ningún término de la serie constituye un inicio o un cierre absolutos, no hay un primer instante absoluto ni un último lugar absoluto. En las ecuaciones de la mecánica, esto se expresa formalmente en que el tiempo aparece como variable independiente t que se extiende de $-\infty$ a $+\infty$ (Natorp, 1910, p. 97). La homogeneidad del tiempo y del espacio se sigue de la equivalencia posicional de los términos de la serie. Dado que los miembros de la serie no se distinguen cualitativamente sino solo por el lugar que ocupan, ni el tiempo ni el espacio pueden presentar diferencias internas cualitativas que introduzcan rupturas en la serie de sus posiciones. Una escala temporal o espacial heterogénea exigiría, para ser determinada como tal, una escala homogénea más fundamental, lo que conduce a una regresión inadmisibles (Natorp, 1910, p. 97). La continuidad del tiempo y del espacio se sigue del concepto de *entre* (*Zwischen*) que funda la continuidad de la serie numérica. Dado que entre dos términos cualesquiera de la serie siempre puede interponerse un término intermedio, la misma relación vale para el tiempo y el espacio. Entre dos instantes

puede pensarse como discreción de un continuo. Por tanto, para el pensamiento puro existe el continuo de los sentidos de relación o direcciones, así como el continuo de los valores.” Natorp, 1910, p. 237.

cualesquiera siempre hay un instante intermedio, y entre dos puntos cualesquiera siempre hay un punto intermedio. Como señala Natorp, “es precisamente el concepto de entre, en su necesaria preeminencia sobre toda determinación métrica, lo que fundamenta en última instancia la continuidad de la serie numérica” (1910, p. 100), y en el mismo sentido y por el mismo fundamento la continuidad pertenece originariamente al tiempo y al espacio. Así, la continuidad del tiempo y del espacio, que Kant atribuía a la intuición pura, resulta aquí de la estructura misma del pensamiento. La continuidad se funda en la función cualitativa que, como vimos, establece la homogeneidad desde la cual emerge la multiplicidad de términos. No es, pues, la intuición la que provee la continuidad, sino el pensamiento quien la exige y la produce como condición de toda variación conforme a ley²⁰. Magnitud y número son expresiones de las mismas funciones del pensamiento, y sus propiedades, como la continuidad, no pueden derivarse de la intuición. Natorp concluye:

No se puede definir el tiempo y el espacio sin presuponer la magnitud; por tanto, no se puede, a la inversa, querer definir la magnitud como diferente del número tomando como base la percepción del tiempo o del espacio. La percepción no da la magnitud, que es, idealmente, un concepto puro; y si su característica constitutiva es la continuidad, entonces el tiempo y el espacio tampoco dan continuidad, sino que primero debe configurarse en un concepto puro si se quiere pensar en el tiempo y el espacio como estructuras continuas (Natorp, 1910, p.204).

La continuidad es, en este sentido, un ejemplo de las propiedades matemáticas del tiempo y del espacio. De acuerdo con el argumento que hemos desarrollado, “toda la matemática de la serie homogénea en una dimensión se aplica sin cambios tanto al tiempo como al espacio en su forma fundamental” (Natorp, 1900, p. 377). En general, las propiedades matemáticas del tiempo y del espacio no requieren apelar a una intuición independiente del pensamiento, sino que se derivan de las mismas funciones que ya operan en la determinación numérica.

4.3. *La tridimensionalidad del espacio y los límites de la derivación matemática*

Las propiedades examinadas en 4.2. (unidad, infinitud, homogeneidad y continuidad) valen tanto para el tiempo como para el espacio, en tanto ambos son despliegues de la misma serie fundamental. Sin embargo, el espacio exige una determinación adicional que el tiempo no admite, la multiplicidad de dimensiones. A diferencia del tiempo, que es unidireccional por ser orden de la sucesión, el espacio admite multiplicidad de direcciones porque su función es ordenar la coexistencia, es decir, reunir lo simultáneo en un sistema de determinaciones recíprocas.

El punto de partida de la derivación es que “la continuidad es una ley tan originaria e inquebrantable del pensamiento que cualquier discreción solo puede pensarse como

20 Sobre el rechazo de la intuición como fundamento de la continuidad en Natorp, véase Mormann y Katz (2013, p. 269).

discreción de un continuo. Por tanto, para el pensamiento puro existe el continuo de los sentidos de relación o direcciones, así como el continuo de los valores” (Natorp, 1910, p. 237). Dado que el espacio admite multiplicidad de direcciones, y dado que esas direcciones forman un continuo, es posible derivar su estructura dimensional a partir de las mismas exigencias lógicas que fundan la serie fundamental. La primera dirección queda determinada por dos puntos, la línea recta como figura fundamental del espacio, análoga a la serie ordinal como figura fundamental del tiempo. A partir de ella, la rotación continua y homogénea genera las demás direcciones posibles. La rotación tiene dos sentidos opuestos, lo que introduce una segunda dimensión, el plano. La rotación del plano alrededor de la línea como eje introduce la tercera dimensión. El proceso se cierra aquí porque las dos rotaciones fundamentales del plano se median mutuamente de manera continua, sin exigir una cuarta dimensión. De esta condición se sigue “una restricción determinada, y precisamente aquella que ha sido asumida por la geometría de Euclides y la ciencia natural de Newton: la restricción a tres dimensiones” (1910, p. 149). Como Natorp señala, “en el espacio de tres dimensiones, el plano tiene dos rotaciones fundamentales [...] cada una de las cuales proporciona visiblemente el pasaje continuo requerido por la otra” (1900, p. 384). La clausura en tres dimensiones no se sigue de un principio lógico. Esta derivación no es puramente matemática, y el propio Natorp lo reconoce. La restricción a tres dimensiones no se sigue de los conceptos abstractos de dirección y dimensión por sí solos. En matemática pura, considerada de manera abstracta, nada impide extender el concepto de dimensión más allá de tres. Espacios de n dimensiones son perfectamente construibles sin contradicción. La restricción proviene de una exigencia distinta, la de un sistema único y cerrado de determinación de la coexistencia, que es una condición del juicio de existencia y no una consecuencia de la aritmética (Natorp, 1910, p. 148). Es decir, la tridimensionalidad se deriva no de la lógica de la magnitud pura, sino de las condiciones trascendentales que hacen posible la determinación de la existencia como tal. Natorp observa:

las determinaciones puramente matemáticas del tiempo y del espacio están completamente dadas por el número; pero ambos no se agotan en el concepto de número. Lo que los hace ir más allá es precisamente la referencia directa a la existencia. En matemática pura, sin referencia anticipada a la mecánica, no habría tiempo ni espacio, sino únicamente número (1910, p. 279).

La tridimensionalidad del espacio se sitúa así en el límite entre la derivación puramente matemática y la fundamentación existencial. Las propiedades matemáticas del espacio (unicidad, infinitud, homogeneidad, continuidad) se derivan íntegramente de la serie fundamental; pero la determinación de su dimensionalidad exige un paso adicional que va más allá de la matemática pura y remite a las condiciones del pensamiento de la existencia.

De este modo, Natorp invierte la postura que sostiene Kant. El espacio y el tiempo, junto con sus propiedades, no son formas de la intuición sino funciones del pensamiento. Sin embargo, es necesario también señalar que la relación entre la posición de Natorp y la de Kant es más compleja. Así, por ejemplo, en Kant, la continuidad del tiempo no recibe un tratamiento único. En la *Estética trascendental*, y de modo más explícito en la *Disertación* de 1770, la continuidad y la unicidad del tiempo se derivan de su carácter de forma de la intuición pura. El tiempo es continuo porque es una intuición y no un concepto. Este aspecto está expresamente desarrollado en la *Disertación* (MSI, AA 02: 399) y presente en la *Estética* al considerar al tiempo y al espacio como magnitudes infinitas dadas (KrV, B40 y B48). Sin embargo, en el *Sistema de los principios*, la continuidad reaparece vinculada a las funciones del entendimiento. En los Axiomas de la intuición y en las Anticipaciones de la percepción, la continuidad aparece ligada a la magnitud extensiva e intensiva respectivamente (KrV, B211), y en las Analogías de la experiencia, Kant exhibe cómo el entendimiento determina los modos del tiempo (permanencia, sucesión y simultaneidad) (KrV, B219). Natorp reconoce esta proximidad y señala que, ya para Kant, la función de la *Estética* es reemplazada por la del sistema de los principios (1910, pp. 269 ss.). Según Natorp, no sólo propiedades como la continuidad, sino también la unicidad del espacio y del tiempo, se derivan de los principios del entendimiento en el pensamiento kantiano (p. 275). De este modo, Natorp sostiene que lleva el idealismo kantiano a su forma más acabada, al demostrar que el pensamiento no requiere de ningún factor externo para constituir la experiencia en su totalidad. Que este paso implique un alejamiento radical de Kant o una radicalización de tendencias ya presentes en su sistema es, sin embargo, una cuestión que nuestra investigación deja abierta.

Conclusión

En primer lugar, se reconstruyeron las propiedades fundamentales del espacio y del tiempo en la *Estética trascendental*. Para Kant, unicidad, infinitud, homogeneidad y continuidad no se derivan de las leyes de la magnitud sino del carácter intuitivo del espacio y el tiempo. En segundo lugar, se examinaron las razones que llevan a Natorp a sostener la necesidad de superar este dualismo. Natorp argumenta que la distinción entre sensibilidad y entendimiento constituye una concesión inadvertida al realismo, y que la tarea de un idealismo consecuente exige mostrar que toda determinación de la experiencia puede ser generada por el pensamiento mismo. Aquí, se reconstruyó la deducción natorpiana de las categorías en sus primeros niveles. En tercer lugar, se reconstruyó la deducción del espacio y del tiempo como funciones del nivel de la relación. Mientras que en Kant el espacio y el tiempo son formas de la sensibilidad, Natorp los redefine como modos del pensamiento. El tiempo es la escala universal que articula series heterogéneas asignando un índice común a los miembros correspondientes de cada serie; el espacio es el orden que distingue y conserva la multiplicidad de lo simultáneo en el interior de cada instante.

Ambos se consuman en el concepto de movimiento, que coordina conforme a una regla los puntos con los momentos.

Finalmente, se mostró cómo las propiedades matemáticas del tiempo y del espacio, unicidad, infinitud, homogeneidad y continuidad, se derivan de la serie fundamental como despliegue de la misma operativa del pensamiento que genera el número. A diferencia de Kant, para quien estas propiedades se siguen del carácter intuitivo del espacio y el tiempo, Natorp las fundamenta en las leyes del pensar puro. El caso de la tridimensionalidad del espacio señala, sin embargo, el límite de esta derivación. La restricción a tres dimensiones no se sigue de los conceptos matemáticos puros sino de las condiciones existenciales. De este modo, Natorp invierte el orden de fundamentación kantiano. Las propiedades del espacio y del tiempo no son dadas intuitivamente sino derivadas del pensamiento. Al demostrar que espacio y tiempo no son formas de la sensibilidad sino funciones del pensamiento, Natorp prueba que el pensamiento no requiere de ningún factor externo para constituir la experiencia en su totalidad y da un paso decisivo hacia el idealismo que consideraba pendiente.

Bibliografía

- Allison, H. (1992). *El idealismo trascendental de Kant: una interpretación y defensa*. Anthropos.
- Chenet, F.-X. (1994). *L'assise de l'ontologie critique: l'Esthétique transcendantale*. Presses Universitaires de Lille.
- Cohen, H. (1902). Einleitung mit kritischem Nachtrag zur siebenten Auflage von Fr. Alb. Lange's Geschichte des Materialismus in zweiter, erweiterter Auflage. En F. A. Lange, *Geschichte des Materialismus und Kritik seiner Bedeutung in der Gegenwart* (H. Cohen, Ed.; 7.^a ed.). J. Baedeker.
- Cohen, M. R. (1911). [Reseña de *Die logischen Grundlagen der exakten Wissenschaften*, por P. Natorp]. *The Journal of Philosophy, Psychology and Scientific Methods*, 8(25), 693–697.
- Dewalque, A. (2007). Peut-on fonder l'arithmétique sur la logique pure? La controverse entre Natorp et Rickert. *Dialogue: Canadian Philosophical Review*, 46(1), 43–68. <https://doi.org/10.1017/S0012217300001554>
- Duarte Amaral, L. (2019). “Método transcendental”: do legado kantiano à filosofia juvenil de Ernst Cassirer no contexto da Escola de Marburgo. *Kant e-Prints*, 14(3), 93–118.
- Dufour, É. (2003). *Les néokantiens: Valeur et vérité*. Vrin.
- Edgar, S. (2008). Paul Natorp and the emergence of anti-psychologism in the nineteenth century. *Studies in History and Philosophy of Science Part A*, 39(1), 44–54.
- Falkenstein, L. (1991). Kant's account of intuition. *Canadian Journal of Philosophy*, 21(2), 165–193.
- Falkenstein, L. (1995). *Kant's intuitionism: A commentary on the Transcendental Aesthetic*. University of Toronto Press.
- Ferrari, M. (1997). *Introduzione al neocriticismo*. Laterza.
- Friedman, M. (1992). *Kant and the exact sciences*. Harvard University Press.
- González Porta, M. A. (2021). Prolegómenos a los “Prolegómenos”: Revisando la participación neokantiana en el Psychologismusstreit. *Kant e-Prints*, 16(2), 164–184.
- Guyer, P. (1987). *Kant and the claims of knowledge*. Cambridge University Press.
- Kemp Smith, N. (1918). *A commentary to Kant's 'Critique of pure reason'*. Macmillan.
- Holzhey, H. (2005). Cohen and the Marburg School in context. En R. Munk (Ed.), *Hermann Cohen's critical idealism* (pp. 3–37). Springer.

- Holzhey, H. (2010). Neo-Kantianism and phenomenology: The problem of intuition. En R. A. Makkreel & S. Luft (Eds.), *Neo-Kantianism in contemporary philosophy* (pp. 25–40). Indiana University Press.
- Krijnen, C. (2013). Neokantismus. En T. Bonk (Ed.), *Lexikon der Erkenntnistheorie* (pp. 170–175). WBG.
- Molina Cantó, E. (2008). Hermann Cohen y la doctrina neokantiana del juicio y la experiencia. *Methodus*, 3, 69–90.
- Mormann, T., & Katz, M. (2013). Infinitesimals as an issue of Neo-Kantian philosophy of science. *HOPOS: The Journal of the International Society for the History of Philosophy of Science*, 3(2), 236–280. <https://doi.org/10.1086/671348>
- Nagel, G. (1983). *The structure of experience: Kant's system of principles*. The University of Chicago Press.
- Natorp, P. (1891). Quantität und Qualität in Begriff, Urteil und gegenständlicher Erkenntnis. *Philosophische Monatshefte*, 27, 1–31 y 129–160.
- Natorp, P. (1897). Die Entwicklung Descartes' von den „Regeln“ bis zu den „Meditationen“. *Archiv für Geschichte der Philosophie*, 10(1–4), 10–28.
- Natorp, P. (1900). Nombre, temps, espace, dans leurs rapports avec les fonctions primitives de la pensée. *Bibliothèque du Congrès International de Philosophie*, 1, 343–389.
- Natorp, P. (1902). Die erkenntnistheoretischen Grundlagen der Mathematik. *Unterrichtsblätter für Mathematik und Naturwissenschaften*, 8(1), 2–7.
- Natorp, P. (1910). *Die logischen Grundlagen der exakten Wissenschaften*. Teubner.
- Natorp, P. (1910b). *Logik: Grundlegung und logischer Aufbau der Mathematik und mathematischen Naturwissenschaft* (2. Aufl.). N. G. Elwert.
- Natorp, P. (1921). *Platos Ideenlehre: Eine Einführung in den Idealismus* (2. Aufl.). F. Meiner.
- Paton, H. J. (1961). *Kant's metaphysic of experience* (Vol. 2). Allen & Unwin.
- Pelegrín, L. (2024). Paul Natorp and the Psychologismus-Streit. *Argumentos: Revista de Filosofía*, 16(31), 194–204. <https://doi.org/10.36517/Argumentos.31.17>
- Pelegrín, L. (2025). On the systematic role of the deduction of categories in “The Logical Foundations of the Exact Sciences”. *RUDN Journal of Philosophy*, 29(1), 57–69. <https://doi.org/10.22363/2313-2302-2025-29-1-57-69>
- Pringe, H. (2014). The principle of causality and the coordination of concepts and spatiotemporal objects in Cassirer's philosophy. *Idealistic Studies*, 44(1), 51–66. <https://doi.org/10.5840/idstudies20152518>

- Pringe, H. (2020). Conocimiento puro y cálculo infinitesimal en el neokantismo de Marburgo. *Revista Latinoamericana de Filosofía*, 46(2), 273–288. <https://doi.org/10.36446/rlf2020149>
- Pringe, H. (2022). The thing in itself and the freedom of thought: On Cassirer's interpretation of critical philosophy. *Revue Roumaine de Philosophie*, 66(2), 261–278.
- Pringe, H. (2025). Critique and system: Early and late Natorp's philosophy. *RUDN Journal of Philosophy*, 29(1), 105–118.
- Smith, N. K. (1918). *A commentary to Kant's Critique of pure reason*. Macmillan.
- Smyth, D. (2014). Infinity and givenness: Kant on the intuitive origin of spatial representation. *Canadian Journal of Philosophy*, 44(5-6), 1–29. <https://doi.org/10.1080/00455091.2014.967737>
- Smyth, D. (2023). Kant's mereological account of greater and lesser actual infinities. *Archiv für Geschichte der Philosophie*, 105 (2), 293–321. <https://doi.org/10.1515/agph-2018-0107>
- Sijmons, J. (1988). Natorp und die Hegelsche Dialektik. *Hegel-Studien*, 23, 265–271.
- Torretti, R. (1967). *Manuel Kant: Estudios sobre los fundamentos de la filosofía crítica*. Charcas.